

## БАГАТОМАСОВА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ РУХУ СКРЕБКОВОГО КОНВЕЄРА З УРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ СИЛ

*У статті запропоновано багатомасову математичну модель для визначення динамічних навантажень у приводі та тяговому органі скребкового конвеєра. Визначено вплив дисипативних сил на характер коливань, що виникають у тяговому органі конвеєра. Результати теоретичного дослідження динаміки руху скребкового конвеєра представлено у вигляді графічних залежностей.*

**Ключові слова:** багатомасова математична модель, динамічна модель, коефіцієнт дисипації, динамічні навантаження, диференціальне рівняння руху.

**Постановка проблеми.** Для проведення оптимізації тягових зусиль, що виникають у скребковому конвеєрі при транспортуванні сипких матеріалів, необхідно провести глибоке дослідження динаміки руху конвеєра. Для цього потрібно побудувати адекватну математичну модель динаміки руху скребкового конвеєра, яка дала б можливість отримати достовірні результати дослідження динамічних навантажень, що діють на елементи тягового органу і привідного механізму.

Також потрібно виявити вплив дисипації, яка визначає необоротне розсіювання енергії в матеріалі пружних елементів, у з'єднаннях деталей конструкцій, а також у навколишнє середовище [8].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання даної проблеми й на які спирається автор, виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття.** Дослідження динамічних процесів, що виникають у конвеєрах з ланцюговим тяговим органом і побудову їх математичних моделей висвітлено в роботах [4, 6, 7] та ін. В праці [4] запропоновано математичну модель для визначення навантажень у приводі і тяговому органі забійного скребкового конвеєра з двошвидкісними асинхронними електродвигунами на прикладі транспортування вугілля. В статті [1] досліджено раціональне використання дисипативних факторів при проведенні динамічних досліджень та інженерних розрахунків з урахуванням обмеженості вихідної інформації. В роботі [3] проаналізовано поведінку динамічної системи з малою дисипацією енергії в критичному режимі роботи та визначено умови виникнення ударних навантажень у контурі дисипації.



Крім того, на рисунку 1 прийнято такі позначення:

- $\alpha$  – кут нахилу конвеєра до горизонту;
- $c_0$  – коефіцієнт жорсткості привідного механізму, зведений до осі повороту привідного вала;
- $c_p, c_x$  – коефіцієнт жорсткості тягового ланцюга відповідно робочої та холостої гілок конвеєра;
- $b_0$  – коефіцієнт дисипації енергії у ланках привода, зведений до осі повороту привідного вала;
- $b$  – коефіцієнт дисипації енергії у ланках тягового ланцюга;
- $M_0$  – рушійний момент привода, зведений до осі повороту привідного вала;
- $M_{o2}$  – момент опору від зачерпування скребками вантажу, зведений до осі повороту натяжного вала;
- $F_{op}, F_{ox}$  – сили опору переміщенню відповідно робочої та холостої віток конвеєра;
- $R_1, R_2$  – радіуси відповідно привідної й натяжної зірочок.

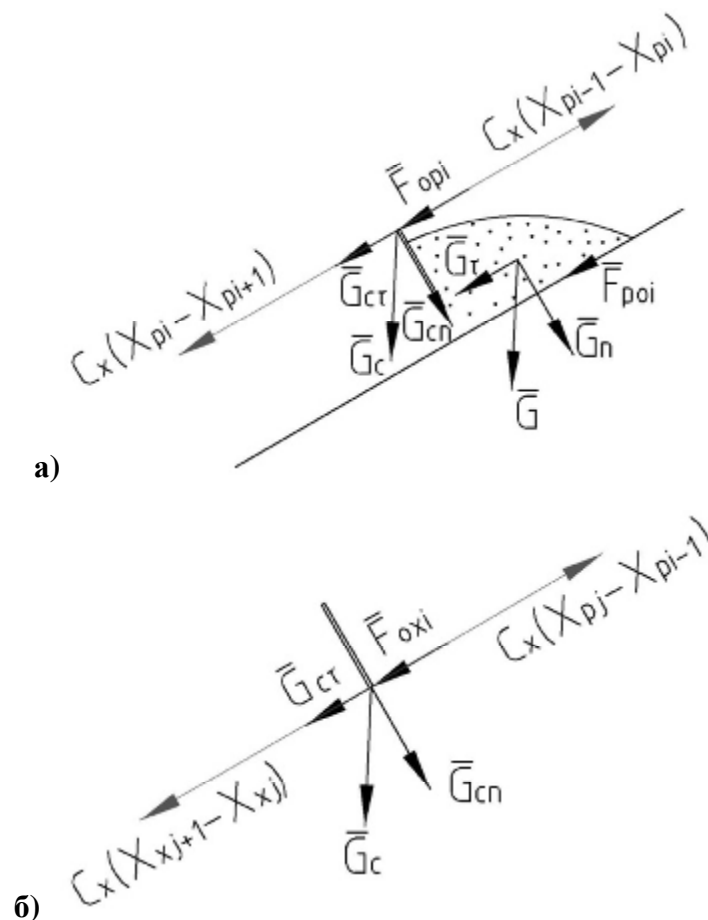


Рис. 2. Сили, що діють на кожну елементарну масу скребка з ланцюгом:  
 а) робочої вітки конвеєра; б) холостої вітки конвеєра

На кожен масу скребкового конвеєра діють такі сили: складова сили ваги скребка  $G_c$  та вантажу  $G$ , сила опору переміщенню вантажу на робочій вітці  $F_{op}$  та холостій  $F_{ox}$ , реакція пружно-дисипативних ланок ланцюга (рис. 2).

За узагальнені координати прийнято:

$j_0, j_1, j_2$  – кутові координати переміщення відповідно привідного механізму, привідної й натяжної зірочок конвеєра;

$x_{pi}, x_{xi}$  – координати центрів  $i$ -тих ( $i=1,2,\dots,n$ ) мас робочої й холостої віток конвеєра;

$n$  – кількість дискретних мас на робочій та холостій вітках конвеєра.

Система диференціальних рівнянь, яка описує динамічні процеси в скребковому конвеєрі, складена на основі принципу Даламбера і має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{I}_0 \ddot{j}_0 = M_0 (\ddot{j}_0) - c_0 (j_0 - j_1) - b_0 (\dot{j}_0 - \dot{j}_1); \\
 & \ddot{I}_1 \ddot{j}_1 = c_0 (j_0 - j_1) + b_0 (\dot{j}_0 - \dot{j}_1) - c (j_1 R - x_{p1}) R - b (\dot{j}_1 R - \dot{x}_{p1}) R + \\
 & \quad + c (x_{x1} - j_1 R) R + b (\dot{x}_{x1} - \dot{j}_1 R) R - M_{o1}; \\
 & \ddot{m}_{p_{p1}} \ddot{x}_{p1} = c (j_1 R - x_{p1}) + b (\dot{j}_1 R - \dot{x}_{p1}) - c (x_{p1} - x_{p2}) - b (\dot{x}_{p1} - \dot{x}_{p2}) - F_{op1}; \\
 & \ddot{m}_{p_{p2}} \ddot{x}_{p2} = c (x_{p1} - x_{p2}) + b (\dot{x}_{p1} - \dot{x}_{p2}) - c (x_{p2} - x_{p3}) - b (\dot{x}_{p2} - \dot{x}_{p3}) - F_{op2}; \\
 & \dots \\
 & \ddot{m}_{p_{pi}} \ddot{x}_{pi} = c (x_{pi-1} - x_{pi}) + b (\dot{x}_{pi-1} - \dot{x}_{pi}) - c (x_{pi} - x_{pi+1}) - b (\dot{x}_{pi} - \dot{x}_{pi+1}) - F_{opi}; \\
 & \dots \\
 & \ddot{m}_{p_{pn-1}} \ddot{x}_{pn-1} = c (x_{pn-2} - x_{pn-1}) + b (\dot{x}_{pn-2} - \dot{x}_{pn-1}) - c (x_{pn-1} - x_{pn}) - b (\dot{x}_{pn-1} - \dot{x}_{pn}) - \\
 & \quad - F_{opn-1}; \\
 & \ddot{m}_{p_{pn}} \ddot{x}_{pn} = c (x_{pn-1} - x_{pn}) + b (\dot{x}_{pn-1} - \dot{x}_{pn}) - c (x_{pn} - j_2 R) - b (\dot{x}_{pn} - \dot{j}_2 R); \\
 & \ddot{I}_2 \ddot{j}_2 = c (x_{pn} - j_2 R) R + b (\dot{x}_{pn} - \dot{j}_2 R) R - c (j_2 R - x_{xp}) R - b (\dot{j}_2 R - \dot{x}_{xp}) R - \\
 & \quad - M_{o2}; \\
 & \ddot{m}_{x_{xp}} \ddot{x}_{xp} = c (j_2 R - x_{xp}) + b (\dot{j}_2 R - \dot{x}_{xp}) - c (x_{xp} - x_{xp-1}) - b (\dot{x}_{xp} - \dot{x}_{xp-1}) - F_{xp}; \\
 & \ddot{m}_{x_{xp-1}} \ddot{x}_{xp-1} = c (x_{xp} - x_{xp-1}) + b (\dot{x}_{xp} - \dot{x}_{xp-1}) - c (x_{xp-1} - x_{xp-2}) - b (\dot{x}_{xp-1} - \dot{x}_{xp-2}) - \\
 & \quad - F_{xp-1}; \\
 & \dots \\
 & \ddot{m}_{x_{xj}} \ddot{x}_{xj} = c (x_{xj+1} - x_{xj}) + b (\dot{x}_{xj+1} - \dot{x}_{xj}) - c (x_{xj} - x_{xj-1}) - b (\dot{x}_{xj} - \dot{x}_{xj-1}) - F_{xj}; \\
 & \dots \\
 & \ddot{m}_{x_{x2}} \ddot{x}_{x2} = c (x_{x3} - x_{x2}) + b (\dot{x}_{x3} - \dot{x}_{x2}) - c (x_{x2} - x_{x1}) - b (\dot{x}_{x2} - \dot{x}_{x1}) - F_{x2}; \\
 & \ddot{m}_{x_{x1}} \ddot{x}_{x1} = c (x_{x2} - x_{x1}) + b (\dot{x}_{x2} - \dot{x}_{x1}) - c (x_{x1} - j_1 R) - b (\dot{x}_{x1} - \dot{j}_1 R) - F_{x1}, \\
 & \quad i = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Момент на валу асинхронного двигуна, зведений до осі повороту привідного вала, визначаємо за формулою Клосса [2]:

$$M_0 = \frac{2M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \times u_1 \times u_2 \times \eta_{заг}; \quad (2)$$

$$s = 1 - \omega / \omega_o; \quad s_K = 1 - \omega_K / \omega_o, \quad (3)$$

де  $M_K$  – критичний момент на валу електродвигуна;

$s$  – ковзання;

$s_K$  – критичне ковзання;

$\omega_o$  – синхронна кутова швидкість вала двигуна;

$\omega_K$  – критична кутова швидкість вала двигуна;

$\omega = \omega_o \times u_1 \times u_2$  – кутова швидкість конвеєра;

$u_1$  – передавальне число ланцюгової передачі;

$u_2$  – передавальне число пасової передачі;

$\eta_{заг}$  – загальний ККД привода;

Відомо, що сила опору переміщенню тягового органу і вантажу залежить від швидкості руху тягового органу [9]:

$$F_{opi}(\dot{x}_{pi}) = m_{pi} \times g \times (\varphi_1(\dot{x}_{pi}) \times \cos a + \sin a), \quad (4)$$

де  $F_{opi}(\dot{x}_{pi})$  – сила опору руху  $i$ -тої маси робочої вітки конвеєра;

$m_{pi}$  –  $i$ -та елементарна маса скребка з ланцюгом та вантажу, що транспортується одним скребком на робочій вітці конвеєра;

$a$  – кут нахилу конвеєра до горизонту;

$\varphi_1(\dot{x}_{pi})$  – узагальнений коефіцієнт опору переміщенню вантажу і тягового органу;

$$F_{oxi}(\dot{x}_{xi}) = m_{xi} \times g \times (\varphi_2(\dot{x}_{xi}) \times \cos a - \sin a), \quad (5)$$

де  $F_{oxi}(\dot{x}_{xi})$  – сила опору руху  $i$ -тої маси неробочої вітки конвеєра;

$m_{xi}$  –  $i$ -та елементарна маса скребка з ланцюгом на холостій вітці конвеєра;

$\varphi_2(\dot{x}_{xi})$  – коефіцієнт опору переміщенню тягового органу.

Залежність сили опору від швидкості транспортування вантажу представлено у вигляді кривої третього порядку, що має вигляд [5]:

$$F_{oi} = F_{0max} - 3 \times \frac{\varphi_{0max} - F_y}{e} \times \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi} \times u_y^2 + 2 \times \frac{\varphi_{0max} - F_y}{e} \times \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi} \times u_y^3, \quad (6)$$

де  $F_{0max}$  – максимальне значення сили опору;

$u_y$  – усталена швидкість руху тягового органу (ланцюга);

$F_y$  – усталене значення сили опору, що досягається при усталеній швидкості й визначається за формулою (4), (5) при мінімальних значеннях  $\mathcal{V}_1(\mathcal{X}_{pi})$  та  $\mathcal{V}_2(\mathcal{X}_{xi})$ .

Коефіцієнт дисипації енергії у ланках привода, зведений до осі повороту привідного вала скребкового конвеєра, визначають так [7]:

$$b_0 = \frac{2 \times M_{kp}}{S_k \times w_0} \times u^2, \quad (7)$$

де  $u$  – передавальне число привода.

Коефіцієнт дисипації енергії у ланках тягового ланцюга конвеєра визначають експериментально, але для даного дослідження визначимо цей коефіцієнт орієнтовно:

$$b = \frac{0,1 \times F_{pmax}}{u_y}, \quad (8)$$

де  $F_{pmax}$  – максимальне значення рушійної сили.

Диференціальні рівняння системи (1) є нелінійними рівняннями другого порядку, тому їх аналітично не вдається проінтегрувати. Для їх розв'язку використовуємо чисельний метод, який реалізовано за допомогою програмного продукту. З отриманих рівнянь визначаємо характеристики швидкості та прискорення, котрі представляємо на графіках.

Графіки побудовано для таких розрахованих параметрів:

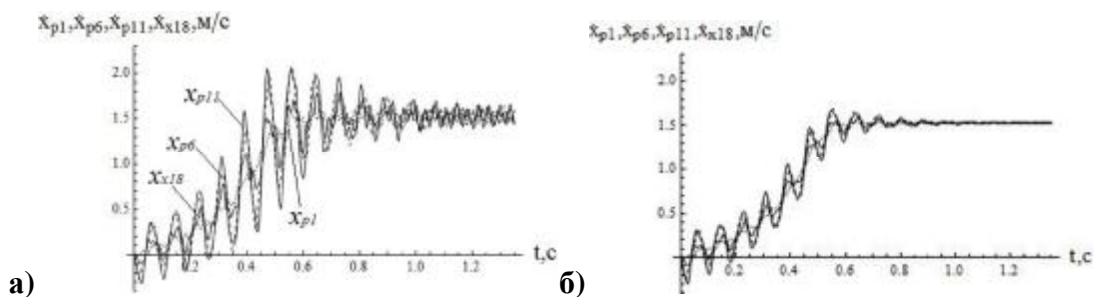
$$m_{pi} = 8,2 \text{ кг}, m_{xi} = 1,5 \text{ кг}, c_0 = 7378 \text{ Н} \times \text{м} / \text{рад}, c_p = c_x = 1,3 \times 10^6 \text{ Н} / \text{м},$$

$$I_0 = 0,7435 \text{ кг} \times \text{м}^2, I_1 = I_2 = 0,00171 \text{ кг} \times \text{м}^2, R_1 = R_2 = 0,0535 \text{ м},$$

$$w_0 = 157 \text{ рад} / \text{с}, w_k = 100,2 \text{ рад} / \text{с}, M_k = 45 \text{ Н} \times \text{м}, u_1 = 2, u_2 = 2,6,$$

$$M_{o2} = 1,2 \text{ Н} \times \text{м}, F_{o max rob} = 162 \text{ Н}, F_{y rob} = 81 \text{ Н}, F_{o max xxi} = -3,2 \text{ Н},$$

$$F_{y xxi} = -1,6 \text{ Н}, b_0 = 43 \text{ Н} \times \text{м} \times \text{с} / \text{рад}, b = 160 \text{ Н} \times \text{с} / \text{м}.$$



**Рис. 3.** Графік зміни лінійної швидкості  $i$ -тих мас відповідно робочої  $\mathcal{X}_{pi}$  та холостої  $\mathcal{X}_{xi}$  віток конвеєра: а) без урахування коефіцієнта дисипації, б) з урахуванням коефіцієнта дисипації

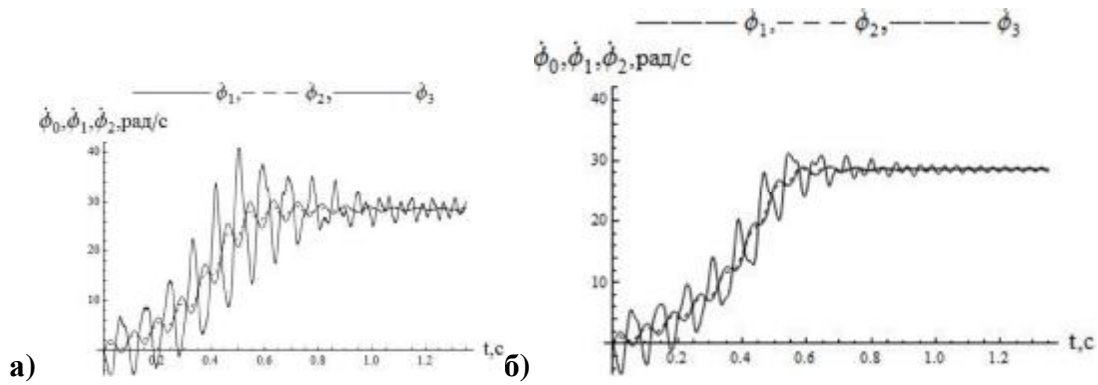


Рис. 4. Графік зміни кутової швидкості відповідно привода  $\dot{\phi}_0$ , привідної та натяжної зірочок  $\dot{\phi}_1$ ,  $\dot{\phi}_2$  конвеєра: а) без урахування коефіцієнта дисипації, б) з урахуванням коефіцієнта дисипації

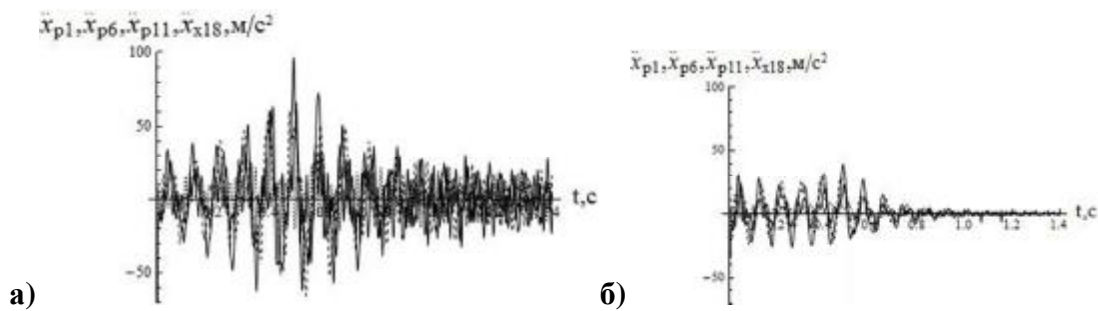


Рис. 5. Графік зміни лінійного прискорення  $\ddot{x}_{p_i}$ ,  $\ddot{x}_{x_i}$  конвеєра: а) без урахування коефіцієнта дисипації, б) з урахуванням коефіцієнта дисипації

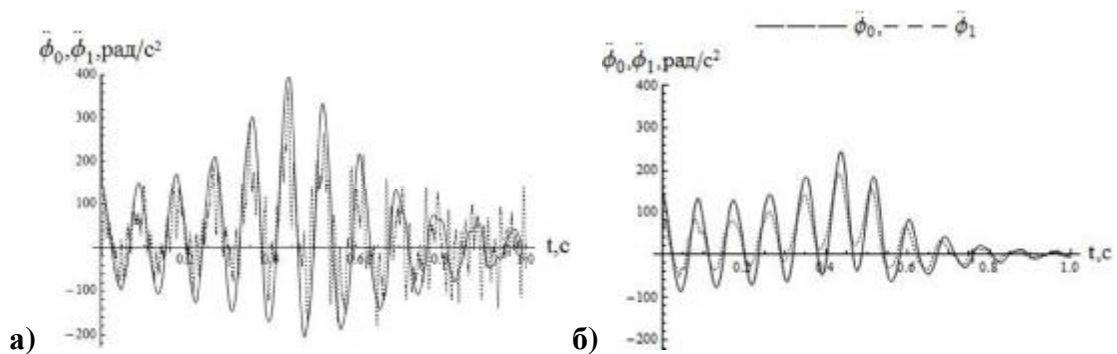
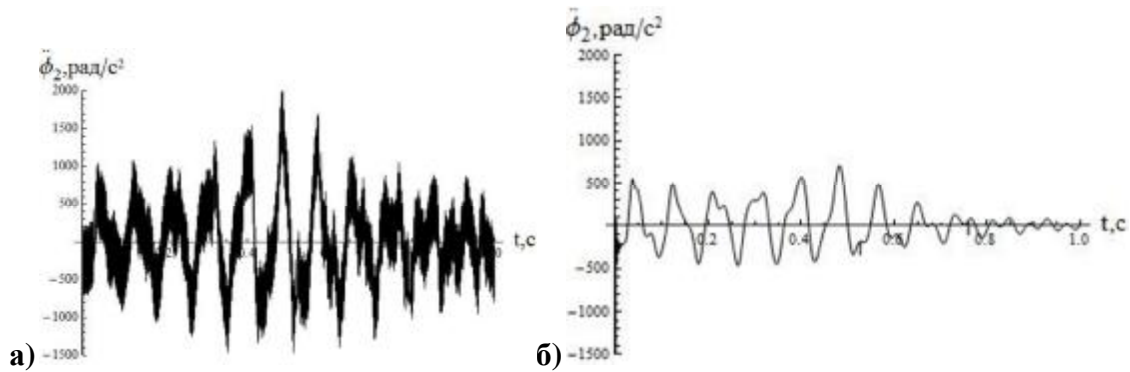


Рис. 6. Графік зміни кутового прискорення привода  $\ddot{\phi}_0$  та привідної зірочки конвеєра  $\ddot{\phi}_1$ : а) без врахування коефіцієнта дисипації, б) з урахуванням коефіцієнта дисипації



**Рис. 7. Графік зміни прискорення натяжної зірочки конвеєра  $\mu_2$  :**  
**а) без урахування коефіцієнта дисипації, б) з урахуванням коефіцієнта дисипації**

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямку.**

З аналізу отриманих графіків видно, що в тяговому елементі скребкового конвеєра виникає коливальний процес зі значною зміною швидкості (рис. 3, 4) і прискорення (рис. 5, 6, 7) на ділянці пуску.

Порівнюючи графіки зміни швидкості та прискорення з урахуванням дисипації (рис. 3б, 4б, 5б, 6б, 7б) і без урахування дисипації (рис. 3а, 4а, 5а, 6а, 7а), можна зробити такі висновки: врахування дисипативних сил шляхом уведення в рівняння руху коефіцієнтів дисипації  $b_0$  та  $b$  дозволяє значно зменшити амплітуду коливань, які спричиняють виникнення динамічних навантажень у тяговому органі конвеєра, і, як наслідок, це призводить до передчасного руйнування і зниження надійності роботи конструкції; частково зменшити тривалість пуску, що дозволить підвищити продуктивність скребкового конвеєра; уникнути залишкових коливань.

#### Література

1. Вульфсон И. И. Учёт нелинейных диссипативных сил при ограниченной исходной информации / И.И. Вульфсон // Теория механизмов и машин. – СПб. – 2003. – №1. – С. 70 – 77.
2. Давыдов Б. Л. Статика и динамика машин / Б.Л. Давыдов – М.: Машиностроение, 1967. – 432 с.
3. Завальнюк І. П. Умови виникнення удару в динамічних системах з малою дисипацією енергії/ І.П.Завальнюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006 – Випуск №6. – С.231–237.
4. Кондрахин В.П., Мельник А.А. Математическая модель для исследования нагрузок в двухскоростном многодвигательном приводе и тяговом органе скребкового забойного конвейера / В.П.Кондрахин, А.А.Мельник // Наукові праці ДонНТУ. – 2008. – Вип. 16 (142), Серія: гірничо-електромеханічна. – Донецьк. – С. 132 – 140.



5. Костина О.Ю. Математична модель динаміки руху скребкового конвеєра / О. Костина, В. Ловейкін // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Луцьк, 2011. – Т. 1, Вип. 21. – С. 200 – 209.
6. Маланин Д.О. Исследование волновых процессов в тяговом органе цепного конвейера / Д.О. Маланин, В.Н. Смирнов // XXIX Неделя науки СПбГТУ: материалы межвузовской научной конференции. – Ч. III, 2001. – С. 32–33.
7. Пертен Ю.А. Динамика вертикального четырёхцепного конвейера / Ю.А. Пертен, Н.В. Эбервейн // Проблемы динамики и прочности исполнительных механизмов и машин: материалы науч. конф., 1–5 окт. 2002 г. – Астрахань, 2007. – С. 178–182.
8. Чабан А. Електромеханічне перетворення енергії в асинхронному електроприводі / А. Чабан, П. Пукач, М. Гошко // Технічні вісті. – Львів. – 2008. – №1-2. – С. 62–65.
9. Чугреев Л. И. Динамика конвейеров с цепным тяговым органом / Чугреев Л. И. – М.: Недра, 1976. – 162 с.

Надійшла до редакції 20.11.2012

© В. С. Ловейкін, О. Ю. Костина

**УДК 621.867.133**

*В.С. Ловейкин, д.т.н., проф.,  
О.Ю. Костына, ассистент*

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины*

## **МНОГОМАССОВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ СКРЕБКОВОГО КОНВЕЙЕРА С УЧЁТОМ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ**

*В статье предложена многомассовая математическая модель для определения динамических нагрузок в приводе и тяговом органе скребкового конвейера. Определено влияние диссипативных сил на характер колебаний, которые возникают в тяговом органе конвейера. Результаты теоретического исследования динамики движения скребкового конвейера представлены в виде графических зависимостей.*

**Ключевые слова:** *многомассовая математическая модель, динамическая модель, коэффициент диссипации, динамические нагрузки, дифференциальное уравнение движения.*

*V.S. Lovejkin, Doctor of Technical Sciences, Professor,  
O.U. Kostyna, Assistant  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*

**MULTIMASS MODEL OF DYNAMICS OF MOVEMENT OF THE  
SCRAPER CONVEYOR WITH THE ACCOUNT  
OF DISSIPATIVE FORCES**

*In paper multimass mathematical model for definition of dynamic loadings in a drive and traction body of scraper conveyor is offered. Influence of dissipative forces on character of fluctuations which arise in traction body of conveyor is defined. Results of theoretical research of dynamics of movement of scraper conveyor are presented in the form of graphic dependences.*

**Keywords:** *multimass mathematical model, dynamic model, dissipation coefficient, dynamic loads, differential equation of motion.*