

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ЖЁСТКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЯ РАСТЯНУТОЙ ЗОНЫ БЕТОНА В НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЯХ

Рассмотрен вопрос определения напряженно-деформированного состояния и жёсткости железобетонных элементов с учетом работы растянутого бетона между трещинами, на основе обобщенной деформационной модели. Показана возможность получения полной картины трещинообразования железобетонного элемента.

Ключевые слова: жёсткость, кривизна, усилия сцепления, деформационная модель, расстояние между трещинами.

Постановка проблемы в общем виде и её связь с важными научными и практическими задачами. Современные нормы проектирования [1, 2] железобетонных элементов (ЖЭ), в отличие от отмененных [3], предусматривают их расчет с использованием реальных диаграмм деформирования материалов: бетона и арматуры. Используя гипотезу плоских сечений, а также закон деформирования материалов в зависимости от относительных деформаций бетона, получают основные уравнения для среднего сечения элементов, которое было введено проф. Мурашёвым В. И. [4] как расчётное в методиках решения задач их прочности, жёсткости и трещиностойкости.

При использовании гипотезы плоских сечений линейность продольных деформаций в сжатой и растянутой зонах сечения железобетонных элементов соблюдается до образования трещин. После их появления эта линейность нарушается, при этом по длине элемента появляются сечения с трещинами, в которых растянутая зона бетона имеет очень малое значение и поэтому в большинстве случаев в расчётах не учитывается (то есть игнорируется). Но не учёт усилия растянутой зоны бетона в сечениях между трещинами значительно влияет на установление реального напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов при нагрузках эксплуатационного уровня, как это отмечается в работе [5], и может приводить к существенным погрешностям при определении их жёсткости. Данное обстоятельство было учтено в методиках предыдущих норм [3].

Анализ последних исследований и публикаций, в которых впервые предлагалось решение данной проблемы и на которые опирается автор, выделение не решенных прежде задач общей

проблемы, которым посвящается указанная статья. Научные исследования, посвященные расчетам железобетонных элементов с учётом реальных диаграмм деформирования материалов, проводились многими учеными [6 – 13]. Предложено большое количество функций, критериев и гипотез, необходимых для возможности использования данных методик. При этом основной наработанный материал касается в основном вопросов прочности. Процесс образования трещин и картину их распределения удалось описать отечественным ученым в работах [8, 11], но большое количество гипотез и сложность математического аппарата не дают возможности рекомендовать её к массовому использованию.

При всём многообразии деформационных моделей расчёта железобетонных элементов определение их жёсткости производится с множеством условностей и эмпирических коэффициентов, взятых из классических силовых методик [3]. Поэтому на сегодняшний день необходима обобщенная деформационная модель расчета железобетонных элементов, которая будет полностью избавлена от эмпирических зависимостей и с единых позиций даст решение задачам прочности, жёсткости и трещиностойкости.

Формулирование целей статьи (постановка задачи). Цель работы – разработка основ расчёта жёсткости железобетонных элементов с учётом реальных диаграмм деформирования материалов и НДС их нормальных сечений.

Изложение основного материала исследования с полным обоснованием научных результатов. Рассмотрим напряженно-деформированное состояние (НДС) сечений изгибаемых элементов перед и после образования в них нормальных трещин (рис.1).

НДС нормального сечение ЖЭ с трещиной. В момент образования нормальной трещины происходит резкое уменьшение усилия в растянутой зоне бетона сечения, а это в свою очередь приводит к резкому увеличению напряжений в растянутой арматуре в этом сечении. Такое резкое уменьшение усилия в растянутой зоне бетона сечения приводит к нарушению линейности продольных деформаций бетона и арматуры. При этом если пренебречь динамической составляющей [9] в процессе образования трещины, то усилие в сжатой зоне бетона до и после образования трещин будет одинаковым.

Одновременно рассматривая две стадии НДС нормального сечения изгибаемого железобетонного элемента (рис.1), при одинаковом значении момента (M_w), на границе трещинообразования, получим систему из трёх неизвестных, которая позволит описать его НДС сразу после появления трещины:

$$N_c = s_{s2} A_s + b \frac{1}{\left(\frac{1}{r_2}\right)_0} \int_0^{e_{ct}} s_{ct}(e) de; \quad (1)$$

$$N_c = b \frac{1}{\left(\frac{1}{r_2}\right)_0} \int_0^{e_{c2}} \sigma_c(e) de; \quad (2)$$

$$b \frac{1}{\left(\frac{1}{r_2}\right)_0} \int_0^{e_{c2}} \sigma_c(e) dx + \int_0^{e_{ctu}} \sigma_{ct}(e) dx + s_{s2} A_s \left(d - \frac{e_{c2}}{\left(\frac{1}{r_2}\right)_0}\right) = M_w. \quad (3)$$

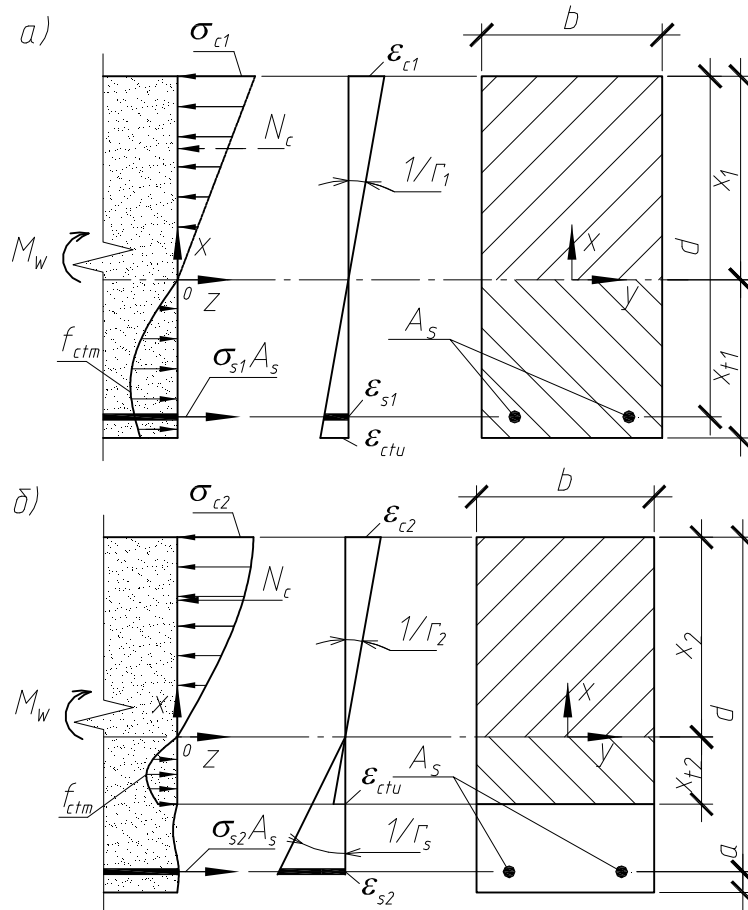


Рис. 1. Стадии напряженно-деформированного состояния нормального сечения железобетонных элементов: а) непосредственно перед образованием трещины; б) сразу после образования трещины

В данной системе уравнений - три неизвестных составляющих: $1/r_2$, e_{c2} , s_{s2} . Значения момента трещинообразования M_w и усилия в сжатой зоне бетона N_c , нормального сечения элемента определяются в момент образования в нём трещин (рис.1, а). Дополнительные напряжения ($\Delta\sigma_{s,w}$), которые сразу возникают в результате мгновенного выключения из работы части усилия растянутой зоны бетона, определяем на момент образования трещины

$$\Delta\sigma_{s,w} = \sigma_{s2} - \sigma_{s1}. \quad (4)$$

Аналогичные формулы были получены для определения НДС нормального сечения внецентренно-сжатого железобетонного элемента (ВСЖЭ), для которого значения дополнительных напряжений ($\Delta\sigma_{s,w}$) были

получены близкими к нулевому значению. В этом случае наличие сжимающего усилия подтвердило справедливость линейности деформаций в нормальном сечении ВСЖЭ с трещиной, чего нельзя сказать о линейных деформациях в нормальном сечении изгибаемых элементов с малым процентом их армирования.

НДС нормального сечения ЖЭ между трещинами. В сечениях между трещинами растянутый бетон находится в сложном НДС (рис. 2, а). Краевые деформации бетона сразу после образование трещины в блоке между ними значительно падают. При последующем нагружении они начинают постепенно возрастать и при достижении граничных значений образуется новая трещина. Такой процесс в одной балке может проходить многократно. В данных сечениях гипотеза линейности деформаций справедлива только для сжатой зоны бетона и растянутой арматуры (рис. 2, а). Бетон в растянутой зоне сечения также деформируется линейно, но при этом наблюдается нарушение совместности деформаций растянутой арматуры и растянутого бетона. В данном случае для определения напряжений в арматуре и бетоне уравнений статики и принятых гипотез недостаточно.

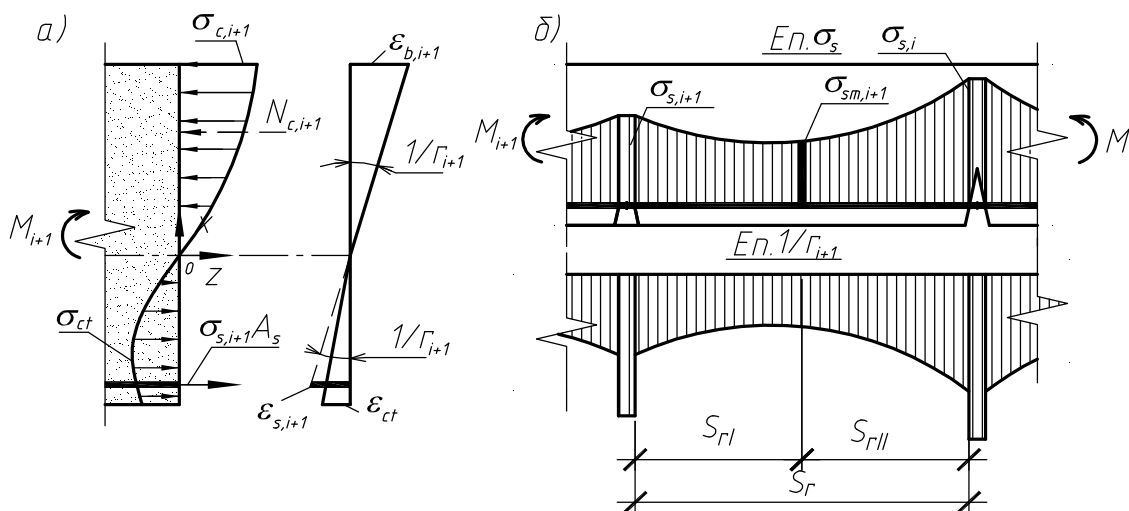


Рис. 2. Напряженно-деформированное состояние нормального сечения ЖЭ на участке между трещинами: а) расчётная схема НДС сечения; б) эпюры распределение напряжений в растянутой арматуре и кривизны на участке балки между двумя трещинами

Усилия сцепления растянутой арматуры с бетоном ЖЭ. Дальнейшее рассмотрение стадий НДС элементов с трещинами приводит к необходимости рассмотрения вопроса сцепления арматуры с бетоном. На значение усилия сцепления арматуры с бетоном влияет много факторов, определение и учёт которых представляется соответственно сложным и громоздким, поэтому в большинстве случаев используются средние значения напряжений погонных усилий сцепления. В результате экспериментальных исследований арматуры на выдергивания было

установлено, что средние напряжения усилий сцепления бетона имеют на стадии разрушения ЖЭ линейную зависимость от её краевых максимальных напряжений в арматуре (f_{yd}) и определяются по формуле

$$t_m = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{l_s \cdot u_s}, \quad (5)$$

где f_{yd} – расчётное сопротивление растянутой арматуры, A_s , u_s – соответственно площадь и периметр арматуры; l_s – длина стержня.

Величину напряжений погонного усилия сцепления бетона с рабочей арматурой на эксплуатационных стадиях работы ЖЭ предлагается определять также по линейной зависимости, полученной на основе обработки большого количества экспериментальных данных

$$t_{m,i} = f_{ctm} \cdot \frac{\alpha_1 h_2 - a_0}{\epsilon} \cdot s_i + a_0 \cdot \frac{\sigma}{\sigma} \quad (6)$$

где h_1 – коэффициент, который учитывает вид поверхности арматуры и выражается через индекс Рэма, используя исследования [14]; h_2 – коэффициент, который учитывает влияние диаметра арматуры; $a_0 = 0,4$ – коэффициент; f_{ctm} – расчётное сопротивление бетона на осевое растяжение.

Методические основы определения прогибов ЖЭ. Расчёт прогибов ЖЭ производится по интегральным зависимостям кривизны от прогиба. На практике интегральные выражения заменяются формулой Симпсона или интегралом Мора.

Из рисунка 2, б видно, что кривизна элементов в сечении с трещиной значительно превосходит кривизну в блоке между трещинами. Поэтому, если определять прогибы, используя кривизну в сечении с трещиной, получим значительные расхождения с экспериментальными данными. В большинстве случаев при расчёте прогибов ЖЭ данной кривизной можно пренебречь, исключение только составляют расчёты прогибов железобетонных балок с поврежденным защитным слоем.

Для определения кривизны на участке между трещинами найдем расстояние между ними S_r из условия, что разница усилий в арматуре в сечении с трещиной и в сечении, где она должна появиться, воспринимается усилиями сцепления арматуры с бетоном

$$S_{r,i} = \frac{(s_{s,i} - s_{s,i+1}) A_s}{u_s t_{m,i}}, \quad (7)$$

где $s_{s,i}$, $s_{s,i+1}$ – напряжения в растянутой арматуре в сечении ЖЭ с трещиной и в сечении, где появится следующая трещина, соответственно стадии НДС непосредственно перед её образованием (рис.1, а).

Расстояние между трещинами определяется возможностями бетона к восприятию усилий сцепления, отношением моментов соседних сечений и значением напряжений в арматуре в зависимости от действующего

момента. Данную задачу решают методом последовательных приближений, используя следующие зависимости системы уравнений (8):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(учёт усилий сцепления арматуры с бетоном)} \quad S_{r,i} = \frac{(s_{s,i} - s_{s,i+1})A_s}{u_s t_{m,i}}; \\ \text{(учёт расчётной схемы элемента)} \quad S_{r,i} = f(M_i; M_{i+1}); \\ \text{(учёт параметров сечения элемента)} \quad s_{si} = f(M_i). \end{array} \right. \quad (8)$$

Определив по формулам (8) расстояние участка ЖЭ между трещинами, определяют место появления на нём следующей трещины (рис.2, б) с использованием зависимостей системы уравнений (9):

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{r,i} = S_{rl,i} + S_{rl,i}; \\ S_{rl,i} = \frac{(s_{s,i} - s_{sm,i+1})A_s}{u_s t_{m,i}}; \\ S_{rl,i} = \frac{(s_{s,i+1} - s_{sm,i+1})A_s}{u_s t_{m,i}}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Решив систему уравнений (9), получим минимальное значение напряжения в арматуре ($s_{sm,i+1}$) на участке ЖЭ между трещинами, а также место её появления. Используя эти напряжения и НДС нормального сечения ЖЭ на стадии непосредственно перед образованием трещины (рис. 2, а), можно определить деформации в растянутой зоне бетона. Если они больше или равны граничным - это значит, что в сечении появилась новая нормальная трещина. Для определения кривизны на участке между трещинами необходимо выполнить аппроксимацию напряжения в арматуре по трём точкам ($s_{s,i}$, $s_{sm,i+1}$, $s_{s,i+1}$), с использованием минимума полинома второй степени.

Окончательно расчет жёсткости ЖЭ по предлагаемой методике выполняется поэтапно в следующей последовательности:

1. Используя систему уравнений (8), ведём расчёт матрицы значений нагрузки до значения соответствующего стадии НДС ЖЭ, непосредственно перед образованием трещин первого уровня, а также устанавливаем место их появления.

2. Используя систему уравнений (9), находим все последующие уровни трещинообразования ЖЭ.

3. Рассчитываем значение кривизны по длине элемента при заданной нагрузке и известных напряжениях в арматуре, используя стадию НДС непосредственно перед образованием трещин (см. рис.2, а).

4. Определяем прогиб ЖЭ, используя формулу Симпсона.

Часто при определении прогибов нет необходимости в получении такой точной картины трещинообразования. В этом случае кривизну на участках с трещинами необходимо находить при $e_{ct} = e_{ctu}$, используя стадию НДС непосредственно перед образованием трещин (см. рис.2,а). Но тогда

при нахождении прогибов ЖЭ будет не учтён ряд факторов, описанных выше.

Выводы из данного исследования и перспективы дальнейших исследований в этом направлении

Таким образом, используя весь предложенный расчётный аппарат, можно получить реальную картину трещинообразования и прогибов ЖЭ с учётом усилия в растянутой зоне бетона его сечений на участках между трещинами. Предлагаемая методика учёта растянутой зоны бетона между трещинами может использоваться при определении НДС и расчёте прогибов внецентренно-сжатых ЖЭ.

Использование деформационных моделей при расчёте железобетонных элементов и конструкций позволяет отказаться от упрощённых аналитических методик, которые непосредственно или косвенно используют в своих расчётах эмпирические коэффициенты.

Литература

1. EN 1992-1-1:2004 (E). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. – Brussels: GEN, 2004. – 226 p.
2. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. Госстрой России. – М. : ГУП “НИИЖБ”, 2003. – 55 с.
3. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – 79с.
4. Мурашев В. И. Трещиностойкость, жёсткость и прочность железобетона / В. И. Мурашев. – М. : Машистройиздат, 1958. – 268 с.
5. Немировский Я. М. Влияние работы растянутой и сжатой зон бетона на деформации обычных изгибаемых железобетонных элементов после возникновения в них трещин / Я. М. Немировский, О. И. Кочетков // Особенности деформаций бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций; под ред. А. А. Гвоздева и С. М. Крылова – М. : Госстрой, 1969. – С. 106 – 156.
6. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.23.01– будівельні конструкції, будівлі та споруди/ Андрій Миколайович Бамбура; Харківськ. держ. техн. універ. буд-ва та арх. – Харків, 2006.– 39 с.
7. Барашиков А. Я. Спрошені розрахунки несучої здатності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів за деформаційною моделлю / А. Я. Барашиков, І. В. Задорожнікова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі й споруди: збірник наукових статей. – Рівне, 2005. – Вип. 12. – С. 109 – 115.
8. Бондаренко В. М. Расчётные модели силового сопротивления железобетона / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М. :Издательство «АСВ», 2004.– 472 с.
9. Динамика образования трещин в изгибаемых элементах/ В.М. Митасов, В. В. Адищев, Н. С. Михайлова, Ю. В. Пичкуров // Тезисы докладов 63-й научно-технической конференции НГАСУ (Сибстрин) – Новосибирск: НГАСУ, 2006. – С. 35.

10. Дорофеев В. С. Расчёт изгибаемых элементов с учётом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В. С. Дорофеев, В. Ю. Барданов. – Одесса: ОГАСА, 2003.- 210 с.

11. Колчунов В. И. Анализ деформаций бетона на пути движения трещины и на её берегах вдоль оси растянутой арматуры железобетонных элементов / В. И. Колчунов, Масуд Нур Эддин. // Будівництво України.– 2006.–№3.–С.36 – 38.

12. Павліков А. М. Закритична стадія стиснутих елементів в розрахунках їх міцності/ А. М. Павліков // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць / Нац. ун-т водн. госп. та природокористування – Рівне: НУВГП, 2006. – Вип. 14.– С. 261 – 268.

13. Павліков А. М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косо-завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії: монографія / А.М. Павліков.– Полтава: ПолтНТУ, 2007. – 259 с.

14. Цыба О. О. Трещиностойкость и деформативность растянутого железобетона с ненапрягаемой и напрягаемой арматурой, имеющей различную относительную площадь смятия поперечных ребер: автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.23.01 – строительные конструкции, здания и сооружения / Олег Олегович Цыба; ОАО «Научно-исследовательский центр «Строительство».- Москва, 2011.- 25 с.

Надійшла до редакції 20.11.2012

© Д. В. Кочкаръов

УДК 624.012.35:620.173/174

Д. В. Кочкаръов, к.т.н., доц.

Національний університет водного господарства та природокористування

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО - ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ЗУСИЛЛЯ РОЗТЯГНУТОЇ ЗОНИ БЕТОНУ В НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗАХ

Розглянуто питання визначення напружено-деформованого стану та жорсткості залізобетонних елементів з урахуванням роботи розтягнутого бетону між тріщинами на основі узагальненої деформаційної моделі. Показано можливість отримання повної картини тріщиноутворення залізобетонного елемента.

Ключові слова: жорсткість, кривина, зусилля зчеплення, деформаційна модель, відстань між тріщинами.

UDC 624.012.35:620.173/174

*D. V. Kochkaryov, Ph. D., Associate Professor
National University of Water Management and Nature Resources Use*

**DETERMINING OF THE DEFLECTED MODE AND THE STIFFNESS
OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS CONSIDERING THE
INFLUENCE OF TENSION REGION FORCE IN THE NORMAL
SECTIONS**

The issue of deflected mode and stiffness of reinforced concrete elements based on the generalized deformation model considering the work of tensioned concrete between crack is examined. The possibility of obtaining of a complete picture of reinforced concrete element's stress cracking is stated.

Keywords: *stiffness, curvature, adhesion force, deformation model, crack spacing.*