

## УРАХУВАННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ВЗАЄМНОГО ВПЛИВУ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ВІБРАЦІЙНИХ ПРЕЦИЗІЙНИХ СИСТЕМ

*Розглянуто вплив основних параметрів на поступальний рух вібраційних прецизійних систем. Визначено залежності між ними. Складено математичну модель руху вібраційної машини з дебалансними валами, що розташовані паралельно та перпендикулярно напрямку передбачуваного переміщення системи.*

**Ключові слова:** вібраційна прецизійна система, дисипативні сили, дебалансний вал, рух вібраційної системи.

**Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями.** Аналізуючи сучасні напрями розвитку вібраційної техніки, необхідно в першу чергу відзначити, що різноманітні вібраційні пристрої досить широко використовують для перемішування, укладання, ущільнення бетонних сумішей і формування бетонних виробів. Вібраційний вплив для реалізації й полегшення різних процесів переміщення застосовують вже десятки років. У міру виникнення нових матеріалів, принципів урівноважування й віброізоляції частин, які коливаються, та розвитку технічних засобів збудження коливань, конструкції різних машин для вібраційного переміщення безупинно вдосконалюються. Машини для поверхневого вібраційного ущільнення широко використовують у різних галузях. До них відносять вібраційні котки, вібротрамбувальні та вібраційні машини й ін. Створення вібраційного пристрою, котрий дозволяв би одночасно виконувати ущільнення сумішей, переміщуватися самостійно в заданому напрямку і плавно змінювати під час роботи силу для ущільнення матеріалу, дозволить зменшити собівартість виробництва та парк технологічного обладнання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання цієї проблеми й на які спираються автори, виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття.** При розрахунку сил тертя у вібраційних прецизійних системах для одержання загальних закономірностей руху питання про врахування розсіювання енергії в пружних елементах при дослідженні коливань пружної системи досить складне, тому що внутрішнє тертя залежить від низки факторів, вплив яких практично не підлягає прямому визначенню [1, 2].

Серед множини гіпотез, які описують дисипативні сили, останнім часом найбільше поширення дістала гіпотеза Кельвіна–Фойгта, відповідно до якої дисипативні сили пропорційні швидкості деформації пружних в'язей. Це є цілком виправданим, тому що основний інтерес при аналізі руху системи становлять усереднені параметри її переміщення.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Розглянемо спочатку вібраційну прецизійну систему з дебалансним валом, паралельним передбачуваному переміщенню й площині ковзання. Тоді дебаланси будуть обертатися в площинах, перпендикулярних напрямку переміщення. При розгляді руху вібраційної прецизійної системи будемо вважати її одномасною моделлю. Розрахункова схема вібраційної прецизійної системи зображена у вигляді системи з чотирма ступенями вільності (рис. 1).

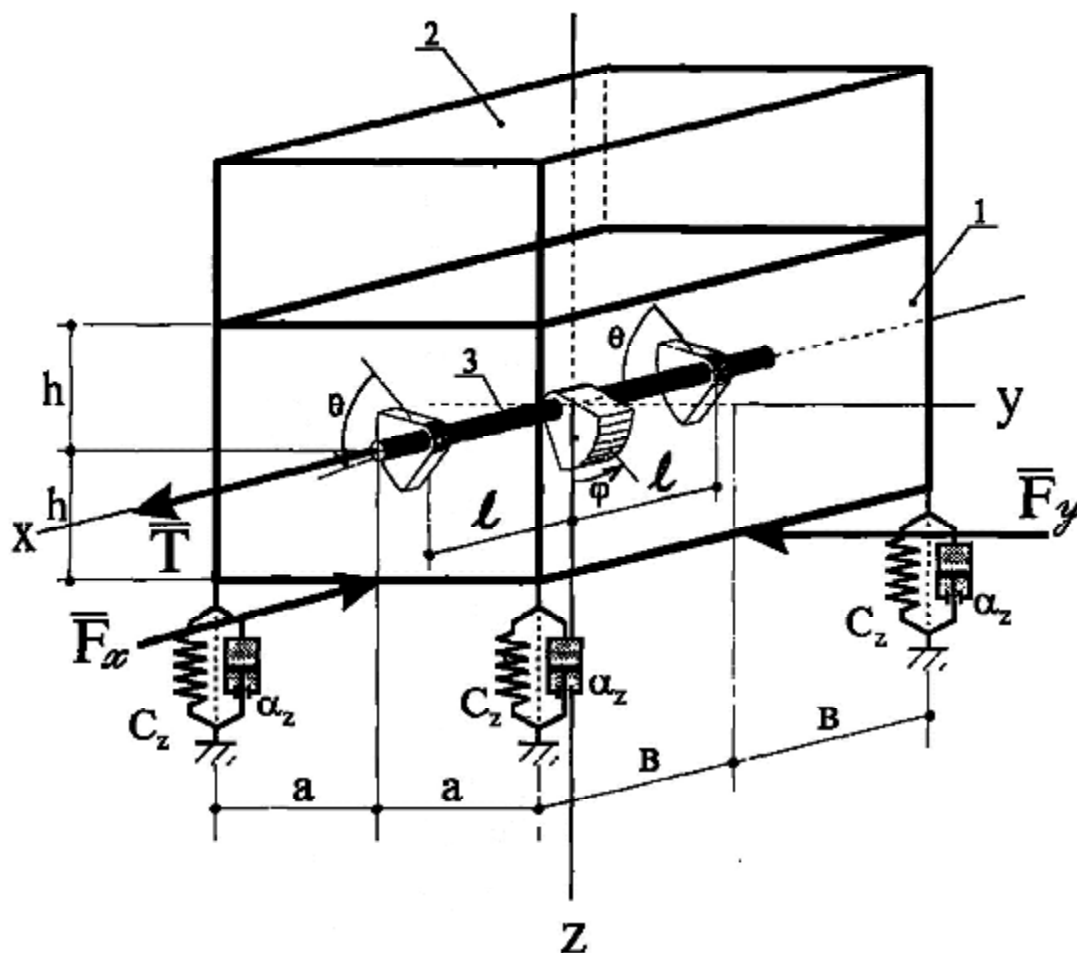


Рис. 1. Розрахункова схема з дебалансним валом, паралельним передбачуваному переміщенню й площині ковзання

Узагальненими координатами є: вертикальне переміщення  $z$  вібраційної прецизійної системи, горизонтальні переміщення  $x$  і  $y$  вібраційної прецизійної системи й кут повороту  $\varphi$  дебалансу. Оскільки

питання про зв'язки між основними масами, що рухаються в реальній вібраційній машині досить складне, й визначити всі фактори, що описують їхню взаємодію, практично неможливо, тому для визначення основних закономірностей руху вібраційної прецизійної системи і дослідження особливостей роботи машини в перехідних режимах прийнято розрахункові схеми, побудовані на основі припущень, звичайних для більшості прикладних задач динаміки вібраційного переміщення. При цьому основні маси, що рухаються, представлено абсолютно жорсткими. Маси пружних зв'язків, унаслідок їх відносної малості в розрахунках, не враховуються. Внесемо також припущення, згідно з якими для цієї системи виконуються умови, що забезпечують вібраційній прецизійній системі поступальний рух [3].

**Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.** Для побудови математичної моделі вібраційної прецизійної системи скористаємося рівняннями Нільсена. В цьому випадку вони будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{x}} - 2 \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x; \\ \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{y}} - 2 \frac{\partial T}{\partial y} &= Q_y; \\ \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{z}} - 2 \frac{\partial T}{\partial z} &= Q_z; \\ \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{j}} - 2 \frac{\partial T}{\partial j} &= Q_j; \end{aligned} \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;

$\dot{T}$  – повна похідна за часом від кінетичної енергії;

$Q_x, Q_y, Q_z, Q_j$  – узагальнені сили, що відповідають

узагальненим координатам.

Знайдемо кінетичну енергію системи, як суму кінетичних енергій корпусу, що знаходиться в поступальному русі,

$$T_k = \frac{mv_o^2}{2} = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}{2}, \quad (2)$$

і дебалансу, що знаходиться в складному (плоскому) русі,

$$T_D = \frac{m_c v_c^2}{2} + \frac{I_c \dot{j}^2}{2}, \quad (3)$$

де  $v_c$  – швидкість точки С (центру мас дебалансу);

$I_{cx}$  – момент інерції дебалансу відносно осі, що проходить через точку С.

Швидкість точки С складається з переносної й відносної швидкостей:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_c &= \dot{\mathbf{v}}_e + \dot{\mathbf{v}}_r, \\ \text{де } \dot{\mathbf{v}}_e &= i \dot{x} + j \dot{y} + k \dot{z}; \dot{\mathbf{v}}_r = j v_r \cos j - k v_r \sin j; v_r = j \dot{\varphi} e. \end{aligned} \quad (4)$$

У такому разі

$$v_c^2 = \dot{x}^2 + (\dot{y} + j \dot{\varphi} e \cos j)^2 + (\dot{z} - j \dot{\varphi} e \sin j)^2. \quad (5)$$

Звідси повна кінетична енергія системи буде

$$T = \frac{m + 2m_{\parallel}}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + m_{\parallel} e j \dot{\varphi} (\dot{y} \cos j - \dot{z} \sin j) + \frac{I_{ox}}{2} j \dot{\varphi}^2, \quad (6)$$

$$\text{де } I_{ox} = I_{cx} + m_{\parallel} e^2.$$

Визначимо повну похідну від кінетичної енергії за часом:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= (m + 2m_{\parallel}) (\dot{x} \ddot{x} + \dot{y} \ddot{y} + \dot{z} \ddot{z}) + m_{\parallel} e j \dot{\varphi} (\dot{y} \cos j - \dot{z} \sin j) + \\ &+ m_{\parallel} e j \dot{\varphi} (\ddot{y} \cos j - \ddot{z} \sin j) - m_{\parallel} e j \dot{\varphi}^2 (\dot{y} \cos j + \dot{z} \sin j) + I_{ox} j \dot{\varphi} \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad (7)$$

Запишемо часткові похідні, що входять у ліву частину рівнянь Нільсена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= (m + 2m_{\parallel}) \dot{x}, \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} &= (m + 2m_{\parallel}) \dot{y} + m_{\parallel} e j \dot{\varphi} \cos j - m_{\parallel} e j \dot{\varphi}^2 \sin j; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} &= (m + 2m_{\parallel}) \dot{z} - m_{\parallel} e j \dot{\varphi} \sin j - m_{\parallel} e j \dot{\varphi}^2 \cos j; \\ \frac{\partial T}{\partial j \dot{\varphi}} &= I_{ox} j \dot{\varphi} + m_{\parallel} e (\dot{y} \cos j - \dot{z} \sin j) - 2j \dot{\varphi} (\dot{y} \sin j + \dot{z} \cos j); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial j} = -m_{\parallel} e j \dot{\varphi} (\dot{y} \sin j + \dot{z} \cos j).$$

Визначимо узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам системи:

$$\begin{aligned}
Q_x &= T - F_{mp}^x; \\
Q_y &= -F_{mp}^y; \\
Q_z &= -cz - a \& \\
Q_j &= -m_\delta g e \sin j + M_d - M_c,
\end{aligned}
\tag{9}$$

де  $C$  – коефіцієнт жорсткості, що характеризує пружні сили, які виникають між корпусом вібраційної прецизійної системи й площиною руху;

$a$  – коефіцієнт, який характеризує розсіювання енергії, що відбувається між корпусом вібраційної прецизійної системи й опорною площиною (сумішшю, що ущільнюється).

Визначимо проекції сили тертя на осі  $X$  і  $Y$  таким чином:

$$\begin{aligned}
F_{mp}^x &= - (m + 2m_\delta) f (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q_x; \\
F_{mp}^y &= - (m + 2m_\delta) f (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q_y,
\end{aligned}
\tag{10}$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя;

$-1 \leq q_{x,y} \leq 1$  – коефіцієнт, який ураховує, що при рівності відносної швидкості нулю, значення сили тертя не може перевищувати величину рівнодіючої сил, які діють на вібраційну прецизійну систему.

У випадку, якщо швидкість вібраційної прецизійної системи не дорівнює нулю,  $q=1$ .

Підставимо отримані результати в рівняння Нільсена та отримаємо результат:

$$(m + 2m_\delta) \& = T - f (m + 2m_\delta) (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q_x;
\tag{11}$$

$$\begin{aligned}
(m + 2m_\delta) \& + m_\delta e j \& \cos j - m_\delta e j \& \sin j = \\
= - f (m + m_\delta) (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q_y;
\end{aligned}
\tag{12}$$

$$(m + m_\delta) \& - m_\delta e j \& \sin j - m_\delta e j \&^2 \cos j = -cz - a \&
\tag{13}$$

$$I_{ox} j \& + m_\delta e (\& \cos j - \& \sin j) = -m_\delta g e \sin j + M_d - M_c.
\tag{14}$$

Математична модель в цьому випадку матиме такий вигляд:

$$(m + 2m_\delta) \& - T + f (m + m_\delta) (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q = 0;
\tag{15}$$

$$(m + 2m_\delta) \& + f (m + 2m_\delta) (g - \&) \frac{\&}{\sqrt{\&^2 + \&^2}} q_y = -m_\delta e \frac{d^2}{dt^2} \sin j;
\tag{16}$$

$$(m + 2m_0) \ddot{z} + c z + a \dot{z} = -m_0 e \frac{d^2}{dt^2} \cos j ; \quad (17)$$

$$I_{ox} \ddot{\theta} + m_0 e (\ddot{\theta} \cos j - \dot{\theta} \sin j) + m_0 g e \sin j = M_D - M_C, \quad (18)$$

де  $M_D$  – обертаючий момент двигуна, приведений до вала віброзбуджувача;

$m$  – маса вібраційної прецизійної системи з вантажем;

$m_0$  – маса двох рухомих дебалансів або одного нерухомого;

$f$  – коефіцієнт сухого тертя;

$M_C$  – момент сил опору на валу віброзбуджувача;

$I_{ox}$  – момент інерції частин, які обертаються, відносно осі дебалансного вала віброзбуджувача.

Далі розглянемо вібраційну прецизійну систему з дебалансним валом, перпендикулярним напрямку переміщення й паралельним площині ковзання. В цьому випадку обертання дебалансів буде відбуватися в площині, паралельній напрямку необхідного переміщення й перпендикулярній опорній площині. Розрахункова схема вібраційної прецизійної системи наведена на рисунку 2.

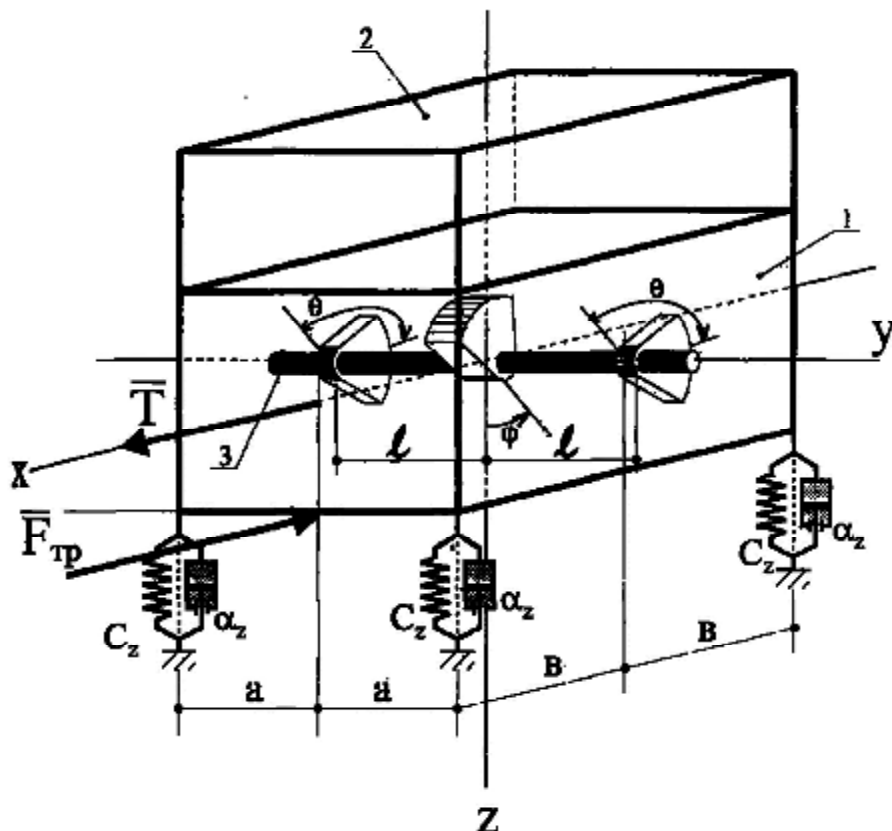


Рис. 2. Розрахункова схема з дебалансним валом, перпендикулярним напрямку переміщення й паралельним площині ковзання

При такому розташуванні віброзбуджувача вібраційна прецизійна система буде мати три ступені вільності. Його рух буде визначатися узагальненими координатами  $x, z$  і  $j$ . Рух у напрямку осі  $y$  при  $y_0 = 0$  буде відсутній. Для одержання диференціальних рівнянь руху цієї схеми вібраційної прецизійної системи використаємо також рівняння Нільсена. Виконавши дії, що аналогічні наведеним вище, одержимо математичну модель у такому вигляді:

$$(m + 2m_0) \ddot{z} + f(m + 2m_0)(g - \dot{z})q = -m_0 e \frac{d^2}{dt^2} \sin j ; \quad (19)$$

$$(m + 2m_0) \ddot{x} + c z + a \dot{x} = -m_0 e \frac{d^2}{dt^2} \cos j ; \quad (20)$$

$$I_{ox} \ddot{j} + m_0 e (\ddot{x} \cos j - \dot{x} \sin j) + m_0 g e \sin j = M_D - M_C . \quad (21)$$

**Висновки з цього дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямі.** Таким чином, за допомогою алгоритму Нільсена розроблена математична модель вібропристрою з керованим дебалансним віброзбуджувачем, що враховує пружні й в'язкі властивості поверхні ковзання і зв'язків між пристроєм та корисним вантажем.

#### Література

1. Пановко Я.Г. *Внутреннее трение при колебаниях упругих систем.* – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.
2. Сорокин Е.С. *К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем.* – М.: Госстройиздат, 1960. – с. 6 – 46
3. Гнітько С.М., *Урахування реологічних властивостей будівельних розчинів при математичному моделюванні засобів малої механізації виробництва // Наукові праці (галузеве машинобудування, будівництво), Полтавський держ. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка / – Вип. 15. – Полтава: ПНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2005.*
4. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. *Вибрационное перемещение.* – М.: Наука, 1964. – 410 с.
5. *Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. 410 с.*

Надійшла до редакції 20.11.2012

©С. М. Гнітько, П. М. Чеботарьов

**УДК 621.01**

*С. М. Гнитько, к.т.н., доц.,  
П. Н. Чеботарёв, ст. преподаватель  
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

**УЧЁТ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ  
ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ  
ВИБРАЦИОННЫХ ПРЕЦИЗИОННЫХ СИСТЕМ**

*Рассмотрено влияние основных параметров на поступательное движение вибрационных прецизионных систем. Определены зависимости между ними. Составлена математическая модель движения вибрационной машины с дебалансными валами, которые расположены параллельно и перпендикулярно направлению предполагаемого перемещения системы.*

**Ключевые слова:** *вибрационная прецизионная система, диссипативные силы, дебалансный вал, движение вибрационной системы.*

**UDC 621.01**

*S. M. Gnitko, Ph. D., Associate Professor,  
P. N. Chebotaryov, Senior Lecturer  
The Poltava national technical university of a name of Jury Kondratyuk*

**THE ACCOUNT OF REGULARITY OF MUTUAL EFFECT OF KEY  
PARAMETERS OF DRIVING OF VIBRATION PRECISION SYSTEMS**

*Effect of key parameters on a translational motion of vibration precision systems is observed. Dependences between them are defined. The made mathematical model of traffic of the vibration machine with unbalanceshafts which are had in parallel and perpendicularly to a direction of prospective migration of system.*

**Keywords:** *vibration precision system, dissipative forces, unbalancethe shaft, traffic of vibration system.*