

## РЕГУЛЮВАННЯ РІВНОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ В КОМБІНОВАНІЙ КОНСТРУКЦІЇ

*Розглянуто регулювання зусиль у шпренгельних статично невизначених комбінованих конструкціях зі знаходженням рівнонапруженого стану для отримання раціональних за витратами та трудомісткістю конструкцій. Розроблена методика дає можливість регулювати напружено-деформований стан в елементах на стадії проектування.*

**Ключові слова:** *рівнонапружений стан, комбінована конструкція, регулювання зусиль.*

**Вступ.** Найбільш ефективними є використанні є конструкції, в елементах яких досягнена умова рівнонапруженого стану, при цьому напруження в кожному елементі, з одного боку, не перевищують величини розрахункового опору сталі, з іншого – різниця в напруженнях є незначною.

Завданням теоретичного дослідження є пошук раціональних за витратами і трудомісткістю виготовлення шпренгельних статично невизначених комбінованих конструкцій (СНКК).

За допомогою розробленої методики можна здійснювати регулювання зусиль у шпренгельній СНКК ще на стадії розрахунку в процесі проектування.

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Проблему зниження матеріалоемності, трудомісткості й собівартості заводського виготовлення, приведених затрат комбінованих стрижневих конструкцій може бути розв'язано шляхом розроблення і створення ефективних конструктивних форм, що відповідають вимогам прогресивних технологій виготовлення та монтажу, використання ефективних прокатних профілів, удосконалення методів розрахунку і норм проектування [1]. Перш за все це широке використання сучасних прогресивних прийомів та ідей, а саме: створення нових, ефективних конструктивних форм; використання сталей з підвищеними механічними властивостями; вдосконалення методів розрахунку; використання найбільш ефективних видів прокату і гнучо-зварних профілів; оптимізація основних параметрів конструкцій, сучасних математичних методів з використанням ЕОМ; реалізація принципу концентрації матеріалу як в основних несучих системах, так і в окремих їх елементах; використання ідеї регулювання напружень і частково попереднього напруження [2].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** Для перевірки розробленої методики регулювання напружено-деформованого стану в шпренгельних комбінованих конструкціях з використанням ПК шляхом покрокової зміни параметрів елементів розроблено аналітичний спосіб визначення напружень для часткового випадку існування системи (при відомих жорсткісних параметрах і т. ін.). Для системи лінійних алгебраїчних рівнянь нерозривності деформацій [3] введемо граничну умову: вважатимемо, що в певних перетинах балки жорсткості СНКК від заданого навантаження  $q$  виникають рівні за модульною величиною напруження – досягнуто так званий рівнонапружений стан.

**Основний матеріал і результати.** Запишемо рівняння статички для системи при завантаженні її симетричним навантаженням  $q$  (рис. 1):

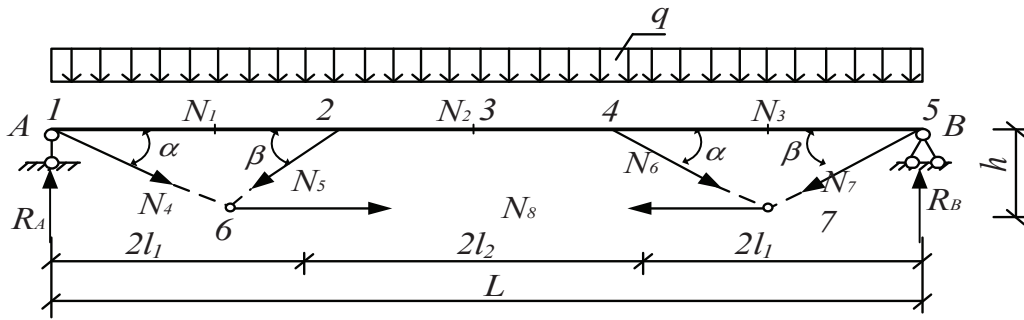


Рисунок 1 – Розрахункова схема шпренгельної СНКК

$$\sum X_A = 0: N_1 + N_4 \cos \alpha = 0 \rightarrow N_1 = -N_4 \cos \alpha; \quad (1)$$

$$N_3 = N_1 = -N_4 \cos \alpha; \quad (2)$$

$$N_7 = N_4; \quad (3)$$

$$\sum Y = 0: R_A + R_B - qL - 2N_4 \sin \alpha - 2N_7 \sin \beta = 0; \quad (4)$$

$$N_5 = -\frac{N_4 \sin \alpha}{\sin \beta}; \quad (5)$$

$$N_6 = N_5; \quad (6)$$

$$\sum X_7 = 0: -N_4 \cos \alpha + N_5 \cos \beta + N_8 = 0; \quad (7)$$

$$N_8 = N_4 \cos \alpha - N_5 \cos \beta = N_4 \cos \alpha + N_4 \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} = N_4 \frac{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} = N_4 \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}; \quad (8)$$

$$N_2 = -N_8 = -N_4 \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}. \quad (9)$$

Запишемо закон зміни згинального моменту  $M_i(x)$  вздовж балки жорсткості (рис. 2):

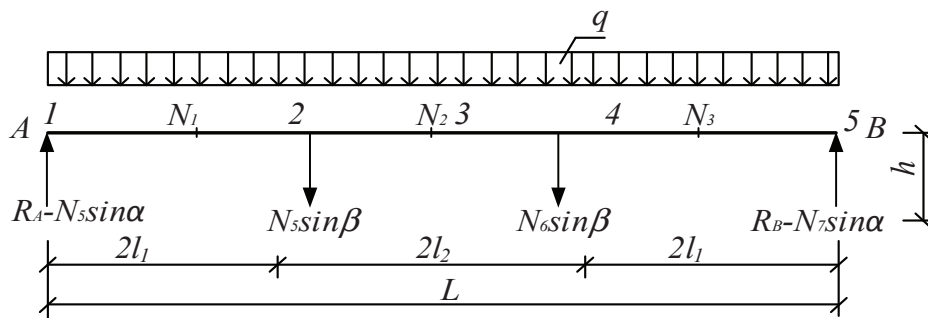


Рисунок 2 – Статична рівновага балки жорсткості

– на ділянці А-2:  $(0 \leq x \leq 2l_1)$

$$M(x) = (R_A - N_4 \sin \alpha)x - qx^2/2 = qx(l-x)/2 - N_4 \sin \alpha x; \quad (10);$$

– на ділянці А-3:  $(2l_1 \leq x \leq l)$

$$M(x) = (R_A - N_4 \sin \alpha)x - N_5 \sin \beta (x - 2l_1) - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx(l-x)}{2} - N_4 x \sin \alpha + N_4 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sin \beta (x - 2l_1) = \frac{qx(l-x)}{2} - N_4 \sin \alpha + N_4 x \sin \alpha - 2N_4 \sin \alpha = \frac{qx(l-x)}{2} - 2N_4 l_1 \sin \alpha. \quad (11)$$

Напруження в перерізі 1-1 на ділянці А-3 з урахуванням формули запишемо у вигляді  $(0 \leq x \leq 2l_1)$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1 \gamma_c} + \frac{M_1}{W_1 \gamma_c} \leq R_y; \quad (12)$$

$$\sigma_1 = -\frac{N_4 \cos \alpha}{A_1} + \left[ \frac{qx(l-x)}{2} - N_4 x \sin \alpha \right] / W_1 \leq R_y \gamma_c, \quad (13)$$

Напруження в перерізі 3-3 на ділянці 2...4 ( $2l_1 \leq x \leq l/2$ )

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_1 \gamma_c} + \frac{M_3}{W_1 \gamma_c} \leq R_y; \quad (14)$$

$$\sigma_3 = -\frac{N_4 \sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta A_1} + \left[ \frac{qx(l-x)}{2} - 2N_4 l_1 \sin \alpha \right] / W_1 \leq R_y \gamma_c, \quad (15)$$

Для рівнонапруженого стану  $\sigma_1 = \sigma_3$  порівнюємо ліві частини рівнянь:

$$-\frac{N_4 \cos \alpha}{A_1} - \frac{N_4 x \sin \alpha}{W_1} + \frac{qx(l-x)}{2W_1} = -\frac{N_4 \sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta A_1} + \frac{qx(l-x)}{2W_1} - \frac{2N_4 l_1 \sin \alpha}{W_1}. \quad (16)$$

Дослідимо функцію згинальних моментів. Максимальний згинальний момент виникає в перерізі 1-1, в якому  $Q_1(x) = M_1'(x) = 0$ ,

$$Q_1(x) = M_1'(x) = \frac{ql}{2} - N_4 \sin \alpha - qx = 0; \quad (17)$$

$$q \left( \frac{l}{2} - x \right) = N_4 \sin \alpha; \quad (18)$$

$$\frac{ql}{2} - N_4 \sin \alpha = qx. \quad (19)$$

Таким чином максимальний згинальний момент на ділянці А-2 ( $0 \leq x \leq 2l_1$ ) виникає на віддалі

$$x = \frac{l}{2} - \frac{N_4}{q} \sin \alpha. \quad (20)$$

Згинальний момент в перерізі 1-1 з урахуванням формули (20) становить

$$\begin{aligned} M_1(x) &= \left( \frac{ql}{2} - N_4 \sin \alpha \right) \left( \frac{l}{2} - \frac{N_4}{q} \sin \alpha \right) - \frac{q}{2} \left( \frac{l}{2} - \frac{N_4}{q} \sin \alpha \right)^2 = \frac{ql^2}{4} - \frac{qlN_4 \sin \alpha}{2q} - \\ &- \frac{N_4 \sin \alpha}{2} l + \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{q} - \frac{q}{2} \left( \frac{l^2}{4} - \frac{N_4 l}{q} \sin \alpha + \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{q^2} \right) = \\ &= \frac{ql^2}{4} - \frac{N_4 l \sin \alpha}{2} - \frac{N_4 l \sin \alpha}{2} + \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{q} - \frac{ql^2}{8} + \frac{N_4 l \sin \alpha}{2} - \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{2q} = \\ &= \frac{ql^2}{8} - \frac{N_4 l \sin \alpha}{2} + \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{2q} = \frac{ql^2}{8} - \frac{N_4 \sin \alpha}{2} \left( l - \frac{N_4 l \sin \alpha}{q} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Згинальний момент в перерізі 3-3: ( $x = l/2$ )

$$M_3(x) = \frac{ql}{4} \left( l - \frac{l}{2} \right) - 2N_4 l_1 \sin \alpha = \frac{ql^2}{8} - 2N_4 l_1 \sin \alpha. \quad (22)$$

Напруження в перерізах 1 і 3 становить:

$$\sigma_1 = \left[ \frac{ql^2}{8} - \frac{N_4 \sin \alpha}{2} \left( l - \frac{N_4 \sin \alpha}{q} \right) \right] / W - \frac{N_4 \cos \alpha}{A}; \quad (23)$$

$$\sigma_3 = \left[ \frac{ql^2}{8} - 2N_4 l_1 \sin \alpha \right] / W - \frac{N_4 \sin(\alpha+\beta)}{A \sin \beta}. \quad (24)$$

За умови рівнонапруженого стану  $\sigma_1 = \sigma_3$  отримуємо залежність поздовжньої сили, яка виникає в крайньому підкосі, від геометричних, фізико-механічних параметрів і зовнішнього навантаження

$$\frac{q l^2}{8W} - \frac{N_4 l \sin \alpha}{2W} + \frac{N_4^2 \sin^2 \alpha}{2qW} - \frac{N_4 \cos \alpha}{A} = \frac{q l^2}{8W} - \frac{2N_4 l_1 \sin \alpha}{W} - \frac{N_4 \sin(\alpha + \beta)}{A \sin \beta} \quad (25)$$

Таким чином, для досягнення рівнонапруженого стану в окремих перерізах балки жорсткості шпренгельної СНКК повинна задовольнятися рівність

$$\frac{\sin \alpha}{W} \left( 2l_1 - \frac{l}{2} \right) + \frac{N_4 \sin^2 \alpha}{2qW} - \left[ \cos \alpha - \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \right] / A = 0. \quad (26)$$

З урахуванням залежностей (1)...(9) отримуємо кінцеві значення напружено-деформованого стану в усіх елементах СНКК.

Для прикладу, виконано розрахунок шпренгельної комбінованої статично невизначеної конструкції прольотом  $L=18$  м (рис. 3). Розрахункове навантаження на конструкцію складає  $q=48$  кН/м.

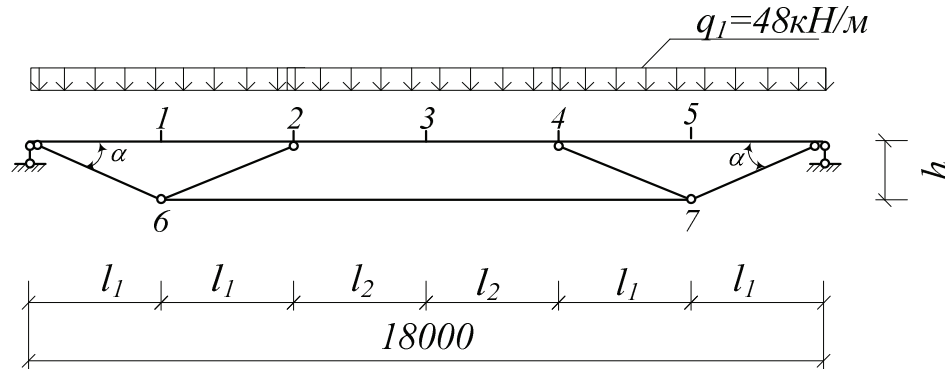


Рисунок 3 – Схема навантаження однопролітної шпренгельної комбінованої конструкції

У цьому випадку при фіксованій максимальній висоті комбінованої конструкції критеріями пошуку рівнонапруженого стану комбінованої конструкції є кут нахилу крайніх підкосів  $\alpha$ , довжина крайніх проміжків балки жорсткості  $2l_1$  (рис. 4), жорсткісні параметри металевих елементів і величина навантаження конструкції  $q$ .

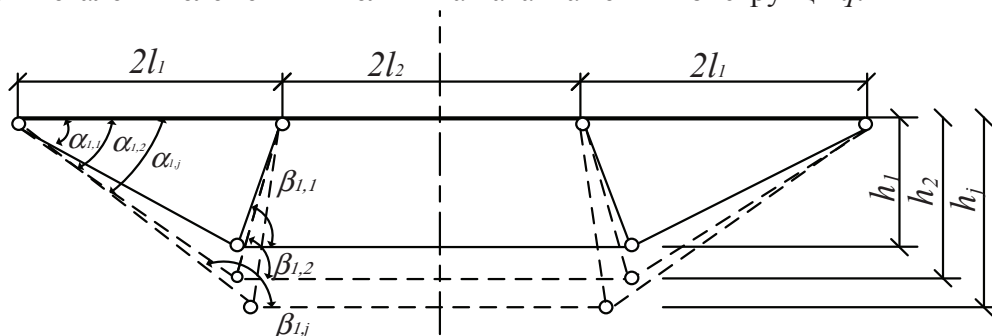
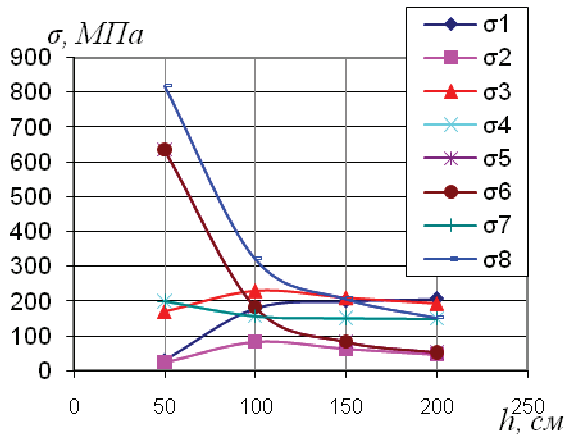


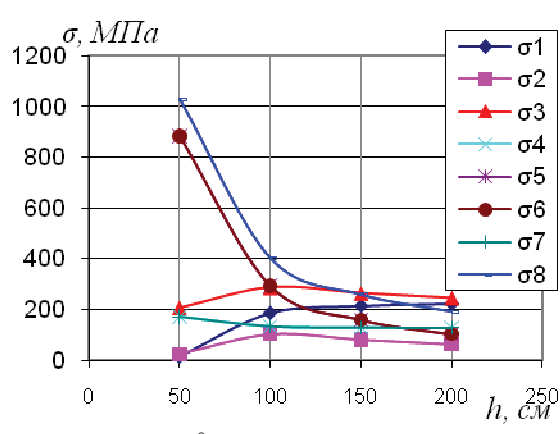
Рисунок 4 – Схема регулювання НДС у шпренгельній СНКК залежно від зміни висоти конструкції  $h$  та кута нахилу крайнього підкосу  $\alpha$

Як показують результати розрахунків регулювання НДС у шпренгельній металевій СНКК, рівнонапружений стан у її елементах, при якому напруження в характерних перерізах балки жорсткості практично рівні й менші за розрахунковий опір сталі, виникає:

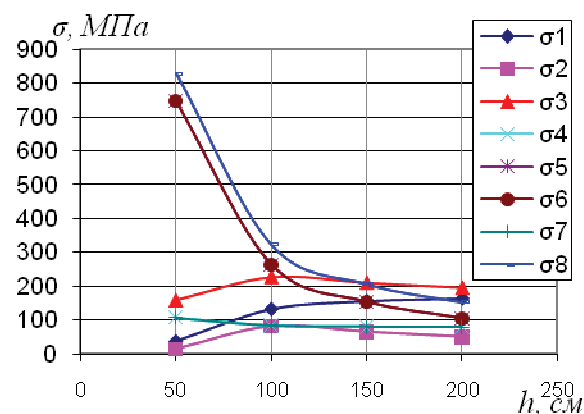
при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=20^\circ$ , навантаженні  $q=40$  кН і довжині крайнього прольоту  $2l_1=3000$  мм (рис. 5, а);



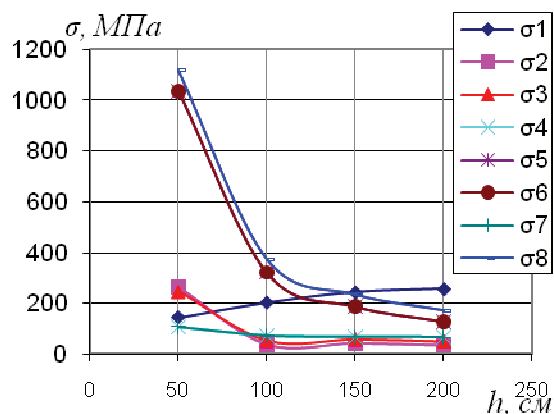
а) при  $\alpha=20^{\circ}$ ,  $q=40$  кН,  $2l_1=3000$  мм



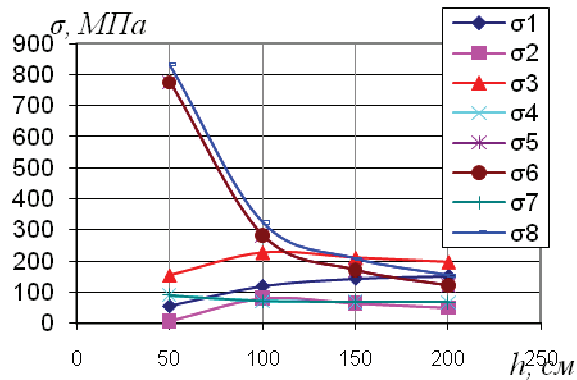
б) при  $\alpha=30^{\circ}$ ,  $q=50$  кН,  $2l_1=3000$  мм



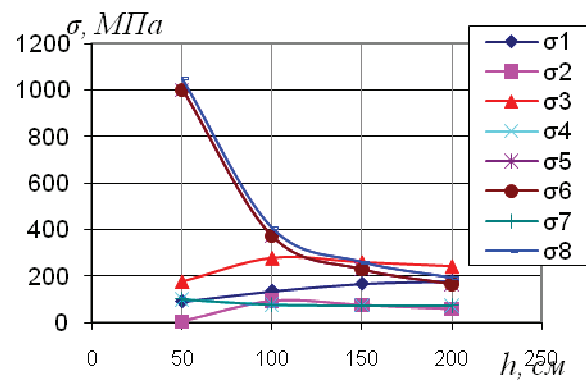
в) при  $\alpha=40^{\circ}$ ,  $q=40$  кН,  $2l_1=3000$  мм



г) при  $\alpha=40^{\circ}$ ,  $q=40$  кН,  $2l_1=4000$  мм



д) при  $\alpha=50^{\circ}$ ,  $q=50$  кН,  $2l_1=3000$  мм



е) при  $\alpha=60^{\circ}$ ,  $q=50$  кН,  $2l_1=3000$  мм

**Рисунок 5 – Залежність напружень в елементах комбінованої конструкції від зміни висоти  $h$ : 1 – напруження в середній частині крайнього прольоту балки; 2 – напруження у вузлі примикання до балки лівого проміжного підкосу; 3 – напруження в середній частині середнього прольоту балки; 4 – напруження в лівому крайньому підкосі; 5 – напруження в лівому проміжному підкосі; 6 – напруження в правому проміжному підкосі; 7 – напруження в правому крайньому підкосі; 8 – напруження в затяжці**

при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=300$ , навантаженні  $q=50$  кН та довжині крайнього прольоту  $2l_1=3000$  мм (рис. 5, б);

при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=400$ , навантаженні  $q=40$  кН та довжині крайнього прольоту  $2l_1=3000$  мм (рис. 5, в);

при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=40^\circ$ , навантаженні  $q=40$  кН та довжині крайнього прольоту  $2l_1=4000$  мм (рис. 5, г);

при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=50^\circ$ , навантаженні  $q=50$  кН та довжині крайнього прольоту  $2l_1=3000$  мм (рис. 5, д);

при куті нахилу крайнього відкосу  $\alpha=60^\circ$ , навантаженні  $q=50$  кН та довжині крайнього прольоту  $2l_1=3000$  мм (рис. 5, е).

**Висновки.** Розроблена методика розрахунку регулювання зусиль у шпренгельних металевих СНКК дає можливість регулювати напружено-деформований стан в елементах на стадії проектування залежно від поставленої мети.

#### Література

1. Кваша В.Г. Інженерний метод просторового розрахунку плитно-ребристих залізобетонних систем / В. Г. Кваша, І. Г. Іваник // Проблеми теорії і практики залізобетону. – Полтава, 1997. – С. 186-189.
2. ДБН В.2.6-163:2010. Конструкції будівель і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. – К., 2010. – 127 с.
3. Іваник І.Г., Розрахунок рівномоментного стану в статично невизначених комбінованих конструкціях / І. Г. Іваник, С. І. Віхоть, Ю. Ю. Вибранець // Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава, 2012. – Вип. 3 (33). – С. 82–86.

Б.Г. Демчина, д.т.н., професор

І.Г. Іванук, к.т.н., доцент

Ю.І. Іванук, аспірант

Національний університет «Львівська політехніка»

## РЕГУЛИРОВАНИЕ РАВНОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В КОМБИНИРОВАННОЙ КОНСТРУКЦИИ

*Рассмотрено регулирование усилий в шпренгельных статически неопределенных комбинированных конструкциях с нахождением равнонапряженного состояния для получения рациональных по расходам и трудоемкостью конструкций. Разработанная методика дает возможность регулировать напряженно-деформированное состояние в элементах на стадии проектирования.*

**Ключевые слова:** равнонапряженное состояние, комбинированная конструкция, регулирование усилий.

B.G. Demchina, doctor of science, professor

I.G. Ivanuk, Ph.D., associate professor

U.I. Ivanuk, post graduate

National university «Lviv Politechnic»

## REGULATION OF THE EQUALLYTENSE STATE IN TO COMBINE STRUCTURE

*Adjusting of efforts is considered in static the indefinite combined constructions with being of the equal state for the receipt of rational after charges and work constructions. The developed methodology provides the possibility to control the strain-stress state in elements at the design stage.*

**Keywords:** the equal state, combined construction, adjusting of efforts.

Надійшла до редакції 31.08.2014

© Б.Г. Демчина, І.Г. Іваник, Ю.І. Іваник