

ПРОСТОРОВИЙ РОЗРАХУНОК КОМБІНОВАНИХ СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ СИСТЕМ

Розглянуто метод розрахунку просторових сталезалізобетонних систем за допомогою рівняння нерозривності деформацій, що дає можливість обчислювати зусилля і вертикальні переміщення при умові комплексного взаємовпливу силових і змінних жорсткісних параметрів конструкції в цілому.

Ключові слова: розрахунок сталезалізобетонних конструкцій, рівняння нерозривності деформацій.

Вступ. Визначення зусиль у просторових залізобетонних системах в основному виконується на основі методик пружного розрахунку з використанням наближених методів. Жорсткісні характеристики елементів таких систем залишаються незмінними – не залежать від зусиль, а задаються безпосередньо кресленнями елементів. Цей метод розрахунку не враховує перерозподіл зусиль між елементами конструкції після тріщиноутворення і появи пластичних деформацій у бетоні чи арматурі. Також існують проблеми з розрахунком реального стану конструкцій з дефектами (корозія або обрив арматури і т.д.).

При використанні методу граничної рівноваги, який оперує поняттям шарніру пластичності, передбачається наявність нескінченного інтервалу пластичних деформацій при деформуванні залізобетонного елемента. У такому підході перерозподіл зусиль у просторовій системі дещо переоцінюється.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Питання лінійного розрахунку залізобетонних та сталезалізобетонних прольотних будов на основі стержневих (дискретних) розрахункових схем розглядаються в роботах Ф.Є. Клименка [1], М.П. Лукіна [2] й інших.

Питанню застосування континуальної моделі для розрахунку сітчатих (складених зі стержнів) конструкцій присвячені роботи Г.І. Пшеничнова [3].

Розв'язок задачі просторового розрахунку на основі дискретно-континуальної моделі викладено в наукових роботах, що проводяться в НУ «Львівська політехніка» д.т.н., проф. Б.Г. Гнідцем, к.т.н., доц. В.Ю. Салом [4], д.т.н., проф. В.Г. Квашею, к.т.н. доц. І.Г. Іваником [5].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. З розвитком теорії напружено-деформованого стану пружного тіла нині розробляється ще один підхід щодо розрахунку плитно-ребристих конструкцій. У роботах, виконаних автором як самостійно, так і в співавторстві [6] на кафедрі будівельної механіки НУ «Львівська політехніка», розглядається напружено деформований стан кусково-однорідних (неоднорідних) ізотропних (анізотропних) пластин різної товщини, розділених пружними елементами. У такій постановці ребриста плита моделюється як безпосередньо плита, розділена пружними вставками (ребрами жорсткості – поздовжніми і поперечними балками, які утворюють замкнуті кільця) різної конфігурації (квадратні, круглі, прямокутні, багатокутні) з будь-якими умовами опираючі по контуру, завантажені різними можливими варіантами зовнішнього навантаження.

Постановка завдання. Нижче розроблена методика просторового розрахунку на прикладі перехресно-ребристих систем залізобетонних мостів. Її особливістю є те, що на жорсткі опори влаштовуються кінці балок лише одного напрямку. Однак із незначним корегуванням граничних умов таку методику можна використовувати і для розрахунку просторових систем з відмінними умовами опирання балок обох напрямків.

Основний матеріал і результати. Для спрощення розрахунку континуальні плитно-балкові системи часто замінюють дискретними фізичними моделями, що мають вигляд перехресних стержневих статично невизначених систем. Їхні поздовжні та поперечні елементи представляють геометричні осі балок, жорсткість яких у статичній схемі відповідає фактичним жорсткостям. При такому розрахунку, як правило, використовуються методи будівельної механіки, сформульовані в матричній формі.

Розглянемо просторову систему, що складається з k поздовжніх сталезалізобетонних шпренгельних статично невизначених комбінованих конструкцій (СНКК), опертих на жорсткі опори, та p поперечних балок, які об'єднують поздовжні конструкції (рис.1). Прийmemo, що нейтральні осі верхнього пояса шпренгельної конструкції та поперечних балок лежать в одній горизонтальній площині XOY або паралельні до неї.

У цій моделі перехресно-стержневу систему виконуємо пружними лініями окремих балок, які співпадають з їхніми геометричними осями, суміщеними в площині XOY . Початкова жорсткість стрижня, що прийнята в схемі, відповідає жорсткості перерізу реальної балки.

За основу прийmemo перехресно-ребристу систему геометричних осей балок, що розділено на простіші елементи – вузли і стрижні між ними разом із зовнішніми навантаженнями та внутрішніми зусиллями, що діють у них. При дії на таку систему вертикального навантаження напружено-деформований стан балок визначається трьома компонентами згинальних моментів і трьома компонентами сил. На рисунку 1 вони показані векторами, а їхні деформації – трьома компонентами кутових та трьома компонентами лінійних переміщень.

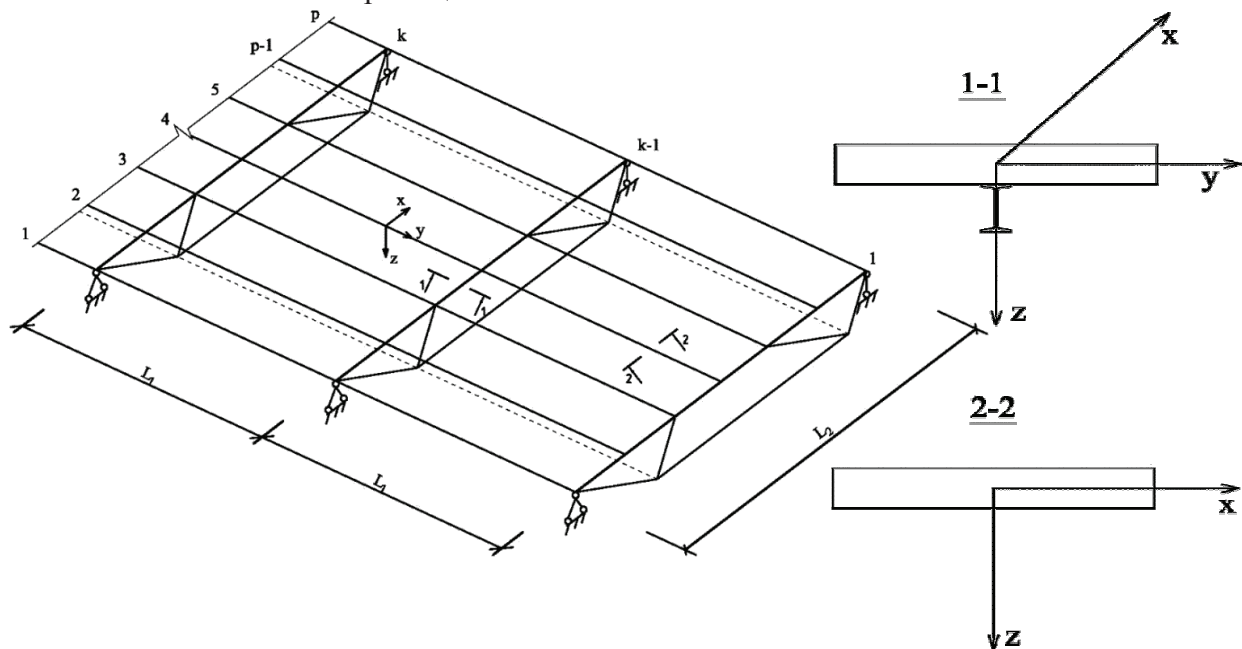


Рисунок 1 – Статична схема перехресно-ребристої системи

При врахуванні всіх компонентів зусиль і переміщень розв'язок цієї системи вважається точним. Якщо ж мова йде про інженерний розрахунок, то особливий інтерес являють згинальні моменти, поперечні сили та прогини в балках. Тому для отримання наближених розв'язків іншими компонентами зусиль і переміщень можна знехтувати, оскільки

конструкція в площині XOY має значну жорсткість, переміщення близькі до нуля, а крутні моменти у вузлах значно менші від згинальних. Отже, моделювання роботи конструкції системою згинальних моментів і поперечних сил без урахування кручення в площині XOY пов'язане з певним спрощенням дійсного характеру її роботи.

Зовнішні навантаження в стрижневій дискретно-континуальній системі приймаємо перпендикулярними до площини XOY і заміняємо їх вузловими зосередженими силами та вважаємо, що від них у перерізах балок виникає такий же напружено-деформований стан, як і від фактичних навантажень. Така заміна змінює підхід до розрахунку цієї системи, тому що від вузлового навантаження виникають зусилля лише у вузлах основної схеми. У балках одного напрямку виникатимуть зусилля від пружних реакцій балок іншого напрямку і для розрахунку такої просторової системи необхідною умовою є визначення закономірності розподілу зовнішнього вузлового навантаження в усіх вузлах конструкції або закону розподілу зовнішнього навантаження у вузлах системи.

При просторовому розрахунку перехресно-ребристої системи застосуємо поняття балок першого і другого порядків. Балками першого порядку назвемо ті, зусилля в яких виникають у результаті сумарної дії навантаження у вузлах від балок іншого напрямку. До них належать усі проміжні основні балки. Балками другого порядку назвемо ті, зусилля в яких виникають від дії поперечних сил балок іншого напрямку. До них віднесемо всі крайні основні балки.

Основною перевіркою просторової перехресно-ребристої системи є рівність усіх реакцій основних балок, що оперті на жорсткі опори, зовнішньому навантаженню. При дії зовнішнього навантаження на проміжну основну балку (першого порядку) потенційна енергія, що розподіляється по всіх вузлах системи, передається як пружна реакція балок іншого напрямку. Зусилля в них виникають від дії тієї частки енергії, яка припадає безпосередньо на цю балку. При дії зовнішнього навантаження на крайню балку системи в роботу включаються всі елементи конструкції. Крайні ж балки сприймають ту частину навантажень, яка передається від решти умовно відокремленої системи. Така передача виникає за рахунок поперечних сил від балок іншого напрямку.

Розглянемо шпренгельну СНКК, що складається зі сталезалізобетонної балки жорсткості і елементів шпренгельної підвіски. Вона навантажена рівномірно розподіленим навантаженням q . Схема навантаження конструкції показана на рисунку 2. У результаті деформацій балки під навантаженням у статично невизначеній конструкції виникають не тільки зусилля, а й змінюються положення пружної осі балки і відповідно всіх вузлів шпренгельної підвіски (рис. 3).

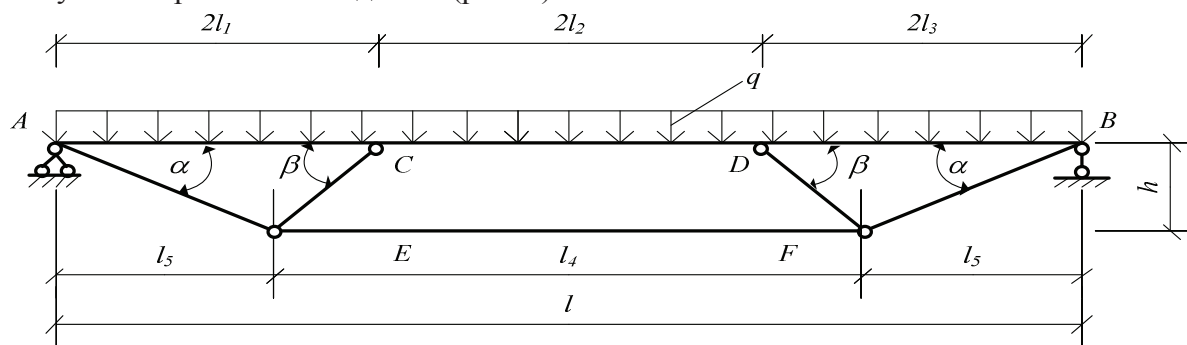


Рисунок 2 – Сталезалізобетонна шпренгельна статично невизначена комбінована конструкція

Залежно від кількості прийнятих у процесі розрахунку перерізів p у балці комбінованої конструкції загальне рівняння i -тих зусиль розв'язку комбінованої конструкції [7] матиме вигляд

$$X_1 * \delta_{1,1} + \dots + X_{n-1} * \delta_{n,n-1} + X_n * \delta_{n,n} + X_{n+1} * \delta_{n,n+1} + \dots + X_i * \delta_{i,i} + \Delta_{np} = 0. \quad (1)$$

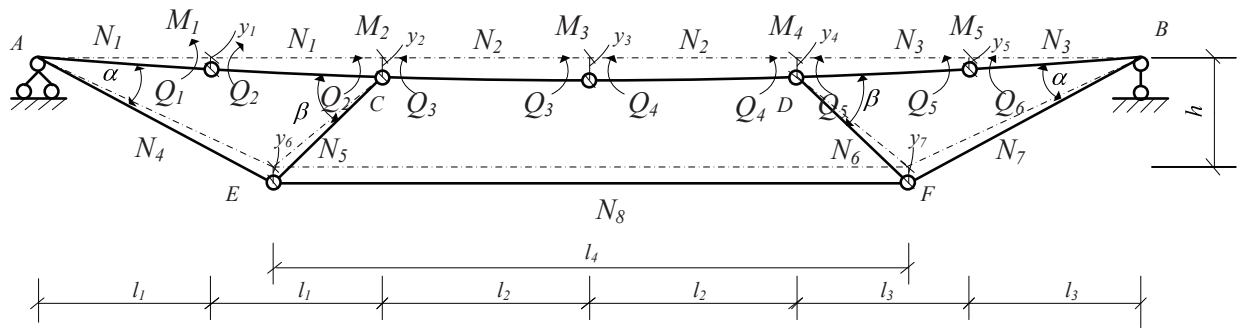


Рисунок 3 – Розрахункова схема сталезалізобетонної шпренгельної статично невизначеної комбінованої конструкції

Це рівняння, на відміну від відомого з курсу будівельної механіки рівняння п'яти моментів, є більш універсальним, враховуючи, що в розрахунковій схемі від дії одиночного моменту, прикладеного у вузлі p , виникають пружні реакції, які передаються не тільки на суміжні вузли $p-2, \dots, p+2$ балки, але й на всі елементи комбінованої конструкції (рис. 1).

Рівняння i -тих зусиль для сталезалізобетонної балки жорсткості матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
 \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \delta_{15}X_5 + \delta_{16}X_6 + \delta_{17}X_7 - \frac{2y_1}{l_1} + \frac{y_2}{l_2} &= 0 \\
 \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \delta_{25}X_5 + \delta_{26}X_6 + \delta_{27}X_7 + \frac{y_1}{l_1} - \frac{y_2(l_1+l_2)}{l_1 * l_2} + \frac{y_3}{l_2} &= 0 \\
 \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \delta_{35}X_5 + \delta_{36}X_6 + \delta_{37}X_7 + \frac{y_2}{l_2} - \frac{2y_3}{l_2} + \frac{y_4}{l_2} &= 0 \\
 \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \delta_{45}X_5 + \delta_{46}X_6 + \delta_{47}X_7 + \frac{y_3}{l_2} - \frac{y_4(l_1+l_2)}{l_1 * l_2} + \frac{y_5}{l_1} &= 0 \quad (2) \\
 \delta_{51}X_1 + \delta_{52}X_2 + \delta_{53}X_3 + \delta_{54}X_4 + \delta_{55}X_5 + \delta_{56}X_6 + \delta_{57}X_7 + \frac{y_4}{l_1} - \frac{2y_5}{l_1} &= 0 \\
 \delta_{61}X_1 + \delta_{62}X_2 + \delta_{63}X_3 + \delta_{64}X_4 + \delta_{65}X_5 + \delta_{66}X_6 + \delta_{67}X_7 + y_6 &= 0 \\
 \delta_{71}X_1 + \delta_{72}X_2 + \delta_{73}X_3 + \delta_{74}X_4 + \delta_{75}X_5 + \delta_{76}X_6 + \delta_{77}X_7 + y_7 &= 0
 \end{aligned}$$

Коефіцієнти δ_{ij} при невідомих рівнянь i -тих зусиль (1) запишуться перемноженням відповідних епюр згинальних моментів і поздовжніх сил у вигляді, наприклад:

$$\begin{aligned}
 \delta_{11} = \frac{2l_1}{3EI_1} - \mu * \frac{2}{l_1 6A_1} + \frac{2\bar{N}_{11}^2 * l_1}{6EA_1} + \frac{2\bar{N}_{12}^2 * l_2}{6EA_2} + \frac{2\bar{N}_{13}^2 * l_1}{6EA_3} + \frac{\bar{N}_{14}^2 * h}{6 \sin \alpha EA_4} + \frac{\bar{N}_{15}^2 * h}{6 \sin \beta EA_5} + \frac{\bar{N}_{16}^2 * h}{6 \sin \beta EA_6} + \\
 + \frac{\bar{N}_{17}^2 * h}{6 \sin \alpha EA_7} + \frac{\bar{N}_{18}^2 * (l - 2h * \operatorname{ctg} \alpha)}{6EA_8}
 \end{aligned} \quad (3)$$

де \bar{N}_{ij} – величини поздовжніх сил від дії одиничних моментів у вузлах балки комбінованої конструкції.

Аналогічно запишуться рівняння для решти k -их сталезалізобетонних шпренгельних СНКК.

Для p -их балок рівняння нерозривності деформацій по осі OY матиме вигляд:

$$M_{y_{k,p-1}} \cdot L_1 / (6EJ_{y_{k,p-1}}) + 2 M_{y_{k,p}} \cdot L_1 / (3EJ_{y_{k,p}}) + M_{y_{k,p+1}} \cdot L_1 / (6EJ_{y_{k,p+1}}) + y_{y_{k,p-1}} / L_1 - 2y_{y_{k,p}} / L_1 + y_{y_{k,p+1}} / L_1 = 0, \quad (4)$$

де $M_{y_{k,p-1}}, M_{y_{k,p}}, M_{y_{k,p+1}}$ – згинальні моменти відповідно у вузлі $k, p-1, k, p, k, p+1$;

L_1 – відстань між поздовжніми сталезалізобетонними шпренгельними СНКК;

$EJ_{y_{k,p-1}}, EJ_{y_{k,p}}, EJ_{y_{k,p+1}}$ – вузлові жорсткості відповідно у вузлі $k, p-1, k, p, k, p+1$;

$y_{y_{k,p-1}}, y_{y_{k,p}}, y_{y_{k,p+1}}$ – вузлові вертикальні прогини відповідно у вузлі $k, p-1, k, p, k, p+1$.

Рівняння (2) і (5) відображає нерозривність зусиль та прогинів просторової системи.

У рівняннях (5) у прийнятій розрахунковій схемі кількість поперечних балок може змінюватися від 1 до p , а кількість поздовжніх балок у рівнянні (2) – від 1 до k . Крайовими умовами рівнянь (2) і (5) будуть умови:

$$y_{x(k=0),p} = y_{x(k=k+1),p} = 0; M_{x(k=0),p} = M_{x(k=k+1),p} = 0; M_{y(k=1),p} = M_{y(k=p),p} = 0. \quad (5)$$

Рівняння i -тих зусиль (2) і рівняння нерозривності деформацій відображають взаємозалежність невідомих згинальних моментів по довжині балок жорсткості, відкинутих невідомих поздовжніх сил у підкосах шпренгельної системи та вертикальних переміщень усіх вузлів комбінованої конструкції. До рівнянь (2) і (4), яких недостатньо для знаходження невідомих зусиль X_i й переміщень y_i , додамо рівняння статички, які знаходимо з рівноваги панелей і вузлів комбінованої конструкції.

Отримані рівняння i -тих зусиль (2) і статички формують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, достатню для знаходження невідомих згинальних моментів M_i ($i=1, \dots, p-2$), прогинів y_i ($i=1, \dots, p-2$) і поздовжніх сил N_i ($i=1, \dots, p+1$).

Таким чином задана математична модель плитно-балкової просторової прольотної будови задовільняє три групи умов:

- умови рівноваги;
- умови сумісності деформацій, що пов'язують деформації й переміщення;
- фізичні умови, які пов'язують зусилля і деформації.

Розв'язок скінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь передбачає одержання:

а) розподілу зусиль від дії зовнішнього навантаження, згинальних моментів, вертикальних переміщень і параметрів напружено-деформованого стану елементів просторової конструкції під дією зовнішнього вузлового навантаження з урахуванням можливих дефектів існуючих прольотних будов;

б) інтенсивності навантаження в прийнятій схемі при заданих параметрах напружено-деформованого стану всіх елементів просторової перехресно-ребристої системи при врахуванні їх жорсткісних характеристик, у тому числі до і після тріщиноутворення в залізобетонній плиті.

Для розв'язку скінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь сумісно використовуємо метод лінійного математичного програмування і метод змінних параметрів пружності.

Висновки. Розроблена методика й алгоритм інженерного розрахунку статично невизначених перехресно-ребристих сталезалізобетонних конструкцій дає можливість обчислювати зусилля і вертикальні переміщення в окремо відокремленій у загальній системі сталезалізобетонній статично невизначеній комбінованій конструкції за умови комплексного взаємовпливу силових та змінних жорсткісних параметрів конструкції в цілому при використанні математичного апарату, який базується на рівняннях статички і нерозривності деформацій.

Література

1. Клименко Ф.Е. Сталобетонные конструкции с внешним полосовым армированием. – К.: Будівельник, 1984. – 88 с.
2. Лукин Н.П., Кожушко В.П. Особенности расчета пролетных строений реконструируемых мостов // Тези доповідей наук.-техн. конф. до 50-річчя КАДІ

«Шляхи підвищення ефективності дорожнього господарства України в нових умовах господарювання». – К., 1994. – 117 с.

3. Пшеничников Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. – М.: Наука. 1982. – 352 с.
4. Гнидец Б.Г., Сало В.Ю. Применение сборно-монолитных конструкций с предварительно напряженными стыками для уширения балочных мостов с диафрагмами // Вестник ЛПИ «Резервы прогресса в архитектуре и строительстве». – Изд-во «Вища школа». – Львов, 1984. – №183. – С. 20–22.
5. Кваша В.Г., Іваник І.Г. Просторовий розрахунок плитно-ребристих систем з врахуванням нелінійного розподілу жорсткості // Український міжгалузевий науково-практичний семінар «Сучасні проблеми проектування, будівництва та експлуатації штучних споруд на шляхах сполучення». – К., 1998. – С. 101–107.
6. Мартинович Т.Л., Бутринський І.З., Давидчак О.Р., Іваник І.Г. Пружна взаємодія анізотропних пластин з криволінійними стержневими елементами // Problemy budownictwa i inzynierii srodowiska. IV konferencja Rzeszowsko-Lwowska, cz.1, Budownictwo. –Rzeszow (Polska), 1995. – S. 398–405.
7. Іваник І.Г. Розрахунок комбінованих конструкцій з використанням методу уявних шарнірів / І.Г. Іваник, С.І. Віхоть // Вісник Національного університету Львівська політехніка «Теорія і практика будівництва». – Львів, 2005. – № 545. – С. 74–78.

*І.Г. Іваньк, к.т.н., доцент
С.І. Віхоть, асистент
Ю.Ю. Вибранець, аспірант
Я.І. Іваньк, м.н.с.*

Национальный университет «Львовская политехника»

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННЫХ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СИСТЕМ

Рассмотрен метод расчета пространственных сталежелезобетонных систем с помощью уравнения неразрывности деформаций, который дает возможность вычислять усилия и вертикальные перемещения при условии комплексного взаимовлияния силовых и переменных жёсткостных параметров конструкции в целом.

Ключевые слова: *расчет сталежелезобетонных конструкций, уравнения неразрывности деформаций.*

*I.G. Ivanuk, Ph.D., associate professor
S.I. Vihot, assistant
U.U. Vibranets, post-graduat
Y.I. Ivanuk, junior research
National University «Lviv Polytechnic»*

ESPECIAL CALCULATION OF COMBINED STEEL-CONCRETE COMPOSITE SYSTEMS

The method of calculation of the spatial composite systems is considered by means of equation of a strain unbreak, that gives an opportunity to calculate effort and vertical moving subject to condition complex of power and variable parameters of construction on the whole.

Keywords: *calculation of composite constructions, equation of a strain unbreak.*

Надійшла до редакції 31.08.2014

© І.Г. Іваник, С.І. Віхоть, Ю.Ю. Вибранець, Я.І. Іваник