УДК 621.79

S. Malynsky, PhD, Associate Professor
L. Nalivayko, senior lecturer
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

THE VECTOR MOTION DYNAMICS OF SYSTEM COMPONENTS FAILURE INTENSITY WITH CONSIDERATION OF ITS COMPONENT RENEWAL

A system of differential equations describing the motion vector of failure is obtained in the work. It has been taken into account that the component renewal requires some time. Renewal follows the exponential law with renewal densities for each component h_i.

Keywords: *vector, system, matrix, formula, trivial fixed point, element.*

С.М. Малинський, к.ф.-м.н., доцент
Л.Г. Наливайко, старший викладач
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ДИНАМІКА РУХУ ВЕКТОРА ІНТЕНСИВНОСТІ ВІДМОВ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМИ З УРАХУВАННЯМ ВІДНОВЛЕННЯ ЦИХ ЕЛЕМЕНТІВ

В роботі отримана система диференціальних рівнянь, яка описує рух вектора інтенсивності відмов. Враховано те, що відновлення елемента потребує деякого часу. Відновлення йде по експоненційному закону з щільностями відновлення для кожного елемента h_i.

Ключові слова: *вектор, надійність системи, матриця, власні числа, елемент.*

С.М Малинский., к.ф.-м.н., доцент
Л.Г. Наливайко, старший преподаватель
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ВЕКТОРА ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ВОЗОБНОВЛЕНИЯ ЭТИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе получена система дифференциальных уравнений, которая описывает движение вектора интенсивности отказов. Учтено то, что для возобновления элемента необходимо некоторое время. Возобновление идет по експоненционному закону из плотности возобновления для каждого элемента h_i.

***Ключевые слова**: вектор, надежность системы, матрица, собственные числа, элемент.*

The introductory part. Renewal of $_k$-component of the system affects $\lambda_i(t)$ − failure intensity of $_i$-component linearly, viz. rising is as follows $\lambda_i(t+\Delta t) = \lambda_i(1+a_{ik})$. When *i*-component is failure it is renewed and we obtain $\lambda_i(t+\Delta t) = \lambda^o{}_i\,(1-e^{-hit})$.

Latest research analysis and publications. There is plenty of research devoted to reforms theoretical and mathematical aspects of mathematical methods in reliability theory. The most significant work V.V. Barkovskiy, Yu.K. Belyaev, B.V. Gnedenko, V.I. Zhluktenko, AD Solovyev, K.Raynshke, S.I. Nakonechniy etc.

Formulation of the problem. Construction of differential equations that describe the motion vector failure rate of dangerous pair of elements in the system analysis.

Formation of goals articles. If there are no faults in the system than $\lambda_i(t+\Delta t) = \lambda_i(t)$. On time interval $(t;+t+\Delta t)$ according to the total probability formula we'll write the value of λ_i

$$\lambda_i = (t+\Delta t) = \left(\sum_{k\neq 1} \lambda_k \cdot \Delta t(1+a_{ik})\right)\lambda_i(t) + \lambda_i \Delta t \cdot \lambda_i^0 \left(1-e^{hit}\right) + \left(1-\sum_{k=1}\lambda_k \Delta t - \lambda_i \Delta t\right)\lambda_i(t)$$

$$\text{and } \frac{\lambda_i(t+\Delta t)-\lambda_i}{\Delta t} = \left(\sum_{k\neq 1} a_{ik}\lambda_k\right)\lambda_i + \lambda_i\lambda_i^0\left(1-e^{hit}\right)-\lambda_i^2.$$

When $\Delta t \to 0$ we obtain $i=1,.....,n$. $\lambda_i' = \left(\sum_{k\neq 1} a_{ik}\lambda_k\right)\lambda_i + \lambda_i\lambda_i^0\left(1-e^{hit}\right)-\lambda_i^2$

The main contribution research material. Trivial fixed point $\lambda_i' = 0$; $\lambda_i = 0$ takes no interest for us but second fixed point $\lambda_i' = 0$; $\lambda_i = \xi_i$ exists and at this point we'll linearize the dual system

$$\begin{cases} \lambda_i' = a_{ij}\lambda_i\lambda_j + \lambda_i\lambda_i^0\left(1-e^{-hit}\right)-\lambda_i^2 \\ \lambda_j' = a_{ji}\lambda_j\lambda_i + \lambda_j\lambda_j^0\left(1-e^{-hjt}\right)-\lambda_j^2 \end{cases}$$

After linearization we obtain

$$\begin{cases} x_i' = a_{ij}\xi_j(x_i-\xi_i) + \lambda_i^0\left(1-e^{hit}\right) - 2\xi_i(x_i-\xi_i) + a_{ij}\xi_i(x_j-\xi_j) \\ x_j' = a_{ij}\xi_i(x_j-\xi_j) + \lambda_j^0\left(1-e^{hjt}\right) - 2\xi_j(x_j-\xi_j) + a_{ji}\xi_j(x_i-\xi_i) \end{cases};(1)$$

$$\begin{cases} x_i' = x_i\left[\lambda_i^0 \cdot \left(\frac{\lambda_i^0+h_i}{h_i}\right) + a_{ij}\cdot\xi_2 - 2\xi_1\right] + x_2 a_{ij}\xi_1 \\ x_j' = x_1 a_{ji}\xi_2 + x_j\left[\lambda_j^0\left(\frac{\lambda_j^0+h_j}{h_j}\right) + a_{ji}\xi_i - 2\xi_j\right] \end{cases}$$

Fixed point has the form

$$\xi_i = \frac{\lambda_i^0\left(\frac{1}{kir}\right) + a_{ij}\lambda_j^0\left(\frac{\lambda_j^0+h_j}{h_j}\right)}{1-a_{ij}\cdot a_{ji}}$$

$$\xi_j = \frac{\lambda_j^0\left(\frac{1}{kjr}\right) + a_{ji}\lambda_i^0\left(\frac{\lambda_i^0+h_i}{h_i}\right)}{1-a_{ij}\cdot a_{ji}}$$

The growth bias will actually be proportional to the reciprocal of the availability coefficient

$$K_{ir} = \frac{h_i}{\lambda_i^0 + h_i}$$

$\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1} + a_{ij}$ we'll substitute in system (2) new values of the fixed point ξ_i, ξ_j.

We obtain

$$\begin{cases} x_i^{'} = x_i \dfrac{\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1} + a_{ij}\lambda_j^0 \cdot k_j^{-1}}{a_{ij}a_{ji} - 1} + x_j a_{ij} \dfrac{\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1} + a_{ij}\lambda_j^0 \cdot k_j^{-1}}{1 - a_{ij}a_{ji}} \\ x_j^{'} = x_i a_{ji} \dfrac{\lambda_j^0 \cdot k_j^{-1} + a_{ji}\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1}}{1 - a_{ij}a_{ji}} + x_j \dfrac{\lambda_j^0 \cdot k_j^{-1} + a_{ji}\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1}}{a_{ij}a_{ji} - 1} \end{cases}$$

substitute the value

$$C_i = \lambda_i^0 \cdot k_i^{-1} + a_{ij}\lambda_j^0 \cdot k_j^{-1}$$

$$C_j = \lambda_j^0 \cdot k_j^{-1} + a_{ji}\lambda_i^0 \cdot k_i^{-1}$$

Than the determinant of eigenproblems (3) is as follows

$$\begin{vmatrix} C_i + \omega & a_{ij}C_i \\ a_{ji}C_j & C_j + \omega \end{vmatrix} = 0$$

under $a_{ij}\, a_{ji} < 1$

We'll view aperiodic converged mode of motion. The fixed point bias will have the following order

$$\left|\xi_i - \tilde{\xi}_i\right| \sum \frac{\lambda_i^0 \left(k_i^{-1} - 1\right) + \sum a_{ij}\lambda_i^0 k_j^{-1}}{f\left(\bar{a}\right)}$$

$$f\left(\bar{a}\right) = f\left(a_{ij}\right)$$

Theoretical studies suggest the following general conclusions. Motion path of pairs ($x_i(t)$, $x_j(t)$) renew the motion of the whole vector $\bar{x}(t) \cdot \left(x_1(t), x_2(t) ...... x_n(t)\right)$ with order error $E = \sum\limits_{i \neq j} a_{ij}\omega_{ij}$, where ω_{ij} matrix eigenvalue of the right parts (1).

For the investigation of the system dynamics of type (1) we'll put in the renewed i - component not with the force λ_i^0, and taking into account the renewal force is as follows $\lambda_i^0 \cdot \left(\dfrac{\lambda_i^0 + h_i}{h_i}\right)$ in local system coordinates (1) aquires the form.

References

1. *Гнеденко Б. В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.*
2. *Райнщке К. Модели надежности и чувствительности систем / К.Райншке. – М.: Мир, 1979. – 286 с.*
3. *Барковський В.В. Теорія ймовірності та математична статистика / В.В. Барковський, Н.В. Барковська. – К.: ЦУЛ, 2002. – 400 с.*
4. *Жлуктенко В.І. Теорія ймовірності та математична статистика / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний. – К.: КНЕУ, 2005. – 304 с.*
5. *Малинський С.М. Аналіз інтенсивності відмов взаємозв'язаних елементів системи / С.М. Малинський, Л.Г. Наливайко // Системи управління, навігації та зв'язку: Зб. наук.статей. –Випуск 3. (23). – Полтава,ПолтНТУ, 2012. – 268 с.*

Надійшла до редакції 22.12.2014