

*І.П. Гамеляк, д.т.н., професор
Т.І. Коваль, аспірант
Національний транспортний університет, м.Київ*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВТОМНОЇ МІЦНОСТІ НЕМЕТАЛЕВОЇ СТЕРЖНЕВОЇ АРМАТУРИ

Наведено математичну модель визначення втомної міцності неметалевої стержневої арматури на прикладі базальтової арматури. Отримані дані є підставою для створення методики розрахунку витривалості конструкцій мостів, армованих базальтовою арматурою.

Ключові слова: *неметалева арматура, повторне навантаження, втомна міцність, математична модель.*

*И.П. Гамеляк, д.т.н., профессор
Т.И. Коваль, аспирант
Национальный транспортный университет, г.Киев*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СТЕРЖНЕВОЙ АРМАТУРЫ

Представлена математическая модель определения усталостной прочности неметаллической стержневой арматуры на примере базальтовой арматуры. Полученные данные являются основой для создания методики расчета выносливости конструкций мостов, армированных базальтовой арматурой.

Ключевые слова: *неметаллическая арматура, повторные нагрузки, усталостная прочность, математическая модель*

*I. Gameliak, ScD, Professor
T. Koval, post-graduate
National Transport University, Kyiv*

MATHEMATICAL MODEL OF FATIGUE STRENGTH NON-METAL RODS OF REINFORCEMENT

The article presents the mathematical model determining fatigue strength non-metallic reinforcement on example basalt rebar. These data are the basis for creation of methods of calculation of endurance constructions of bridges, reinforced with basalt rebar

Keywords: *non-metal reinforcement, repeating loading, fatigue strength, mathematical model*

Вступ. На сьогоднішній день питання захисту залізобетонних конструкцій від руйнівного впливу корозії встає все гостріше. Сприяють цьому такі фактори: використання агресивних засобів запобігання ожеледиці, збільшення ваги та інтенсивності руху транспортних засобів, зростання вібраційних впливів та погіршення стану споруди впродовж її життєвого циклу в цілому [1]. Використання сучасних полімерних композитних матеріалів може суттєво полегшити розв'язання цієї проблеми. Особливо слід відзначити базальтову арматуру [2]. У той же час існуючі конструктивні рішення, що застосовуються для традиційних матеріалів, не можуть бути

використані для конструкцій із композитних матеріалів [3, 4], тому для впровадження споруд із застосуванням базальтової арматури необхідне детальне вивчення надійності та довговічності як самої арматури, так і конструкцій із нею. Надійність і довговічність споруд визначається значною мірою їх стійкістю до дії повторних навантажень (втомною міцністю), яка повинна бути визначена експериментально. Такі лабораторні досліди є обмеженими через довготривалість, трудоємність досліджень, необхідність доступу до спеціального обладнання, потребу обробки значного об'єму отриманих результатів унаслідок великого розкиду даних та відповідно великої кількості випробуваних зразків.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. У 2012 році в Україні набув чинності нормативний документ стосовно проектування та виготовлення бетонних конструкцій з неметалевою композитною арматурою [2] (далі – Настанова), який містить інформацію про сферу застосування, загальні положення проектування елементів з неметалевою композитною базальтовою арматурою, конструктивні вимоги до цих елементів, вимоги та рекомендації щодо виготовлення базальтобетонних елементів тощо. Згідно з Настановою, застосування базальтової арматури не поширюється на конструкції, що розраховуються на витривалість і вогнестійкість. Тобто застосування неметалевої композитної базальтової арматури можливе лише в конструкціях, що зазнають впливу тільки статичного навантаження. Для розширення сфери застосування базальтової арматури вкрай необхідне додаткове вивчення стійкості конструкцій, армованих базальтовою арматурою до дії повторних навантажень. Для вдосконалення нормативних документів, які стосуються неметалевої арматури, необхідно проводити лабораторні випробування об'єкта дослідження. Слід додати, що на сьогоднішній день уже існує три основні групи критеріїв руйнування твердих тіл: статистичні критерії руйнування, критерії руйнування на основі кінетичної концепції міцності, термодинамічні критерії руйнування та критерії пошкодженості. Ці групи досліджувались із метою застосування їх до різних матеріалів та умов роботи, але в той же час жодний із них не є пріоритетнішим за інший. Тобто руйнування – дуже індивідуальний процес, універсальних критеріїв понині не існує [5]. Тому була виконана науково-дослідна робота [6], метою якої стало визначення характеристик статичної та втомної міцності базальтової арматури відповідно за одноразового й циклічного розтягу.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. У статті запропоновано математичну модель втомної міцності неметалевих стержневих армуючих елементів на прикладі базальтопластикової арматури.

Постановка завдання. Визначення адекватності математичної моделі втомної міцності неметалевої стержневої арматури на прикладі базальтової арматури.

Основний матеріал і результати. Для експериментальних досліджень із визначення втомної міцності базальтової арматури використовувалися стержні діаметрами 4; 6; 8; 10 та 12 мм, що являють собою основний несучий стержень і зовнішній шар, який формує періодичний профіль арматури. Несучий стержень арматури виготовлений із гладким профілем із тонких волокон базальту і просочений термореактивною смолою [4]. Механічні властивості класу базальтової арматури АКБ 800 (АНПБ) [2], що був випробуваний на втомну міцність, такі: $f_{jk}=800 \text{ Н/мм}^2$ – характеристичне значення міцності неметалевої композитної арматури на розтяг; $\varepsilon_{fu} = 1,86 \%$ – значення граничних відносних деформацій видовження неметалевої композитної арматури. Параметри і режими випробувань: циклічний розтяг; асиметрія циклу навантаження $R=0,33 (P_{min}/P_{max})$; частота навантаження $f=10 \text{ Гц}$.

Експериментальні дослідження з визначення втомної міцності базальтової арматури проводилися у лабораторних умовах згідно з ДСТУ 4042-2001 та

ГОСТ 25.502-81 на гідравлічному сертифікованому пульсаторі EUS-20 при асиметричному циклі навантаження. У процесі випробування контролювали величину мінімального P_{min} і максимального P_{max} циклічних навантажень, а також реєстрували загальну кількість циклів. Обробку даних експерименту та побудову кривих втоми виконували відповідно до ГОСТу 25.502-79.

Звіт випробувань містить дані з максимального лабораторного напруження $\sigma_{max.лаб}$; номінального ($d_{ном}$) і фактичного діаметрів ($d_{факт}$) та N – кількості циклів, що витримав зразок.

З метою побудови математичної моделі втомої міцності базальтової арматури з використанням цих значень як вихідних даних запропоновано такий алгоритм.

1. Обчислюється дійсне напруження в стержнях арматури за виразом $\sigma_{max.дійсн.} = \sigma_{max.лаб} \cdot (d_{ном}/d_{факт})^2$. Установлюється фактична площа $A_{факт.}$ поперечного перерізу для окремо взятого зразка, і вираховується дійсне значення зусилля руйнування для окремо взятого зразка $P_{факт.} = A_{факт.} \cdot \sigma_{max.дійсн.}$.

2. У середовищі Excel всі результати по кожному зразку об'єднуються у зведену таблицю з розподілом даних на три умовні групи за однаковим критерієм кількості циклів: зразки, випробувані на малоциклові навантаження (від 1000 до 100 000 циклів); зразки випробувані на багатоциклові навантаження (від 100 000 до $2 \cdot 10^6$ циклів) та група із сумарною кількістю циклів. Як установлено в роботі [7], після певного рівня навантаження, що відповідає області багатоциклової втоми (більше 100 000 циклів) характер залежності практично не змінюється, тому в цій статті розглядаються обчислення лише в області малоциклової втоми базальтової арматури. Отримані дані використовуються для побудови зведених графіків залежностей «зусилля – кількість циклів» у логарифмічному масштабі зі знаходженням за методом найменших квадратів (МНК) лінії тренда виду

$$P = -b \cdot \ln(x) + a \quad (1)$$

для кожного діаметра арматури та величини коефіцієнта кореляції R^2 . Слід зауважити, що МНК ставить на меті знаходження коефіцієнтів лінійної залежності, при яких функція двох змінних a та b формули $F(a, b) = \sum_i^n (y_i - (a \cdot x_i + b))^2$ набуває найменшого значення. Тобто при заданих a та b сума квадратів відхилень експериментальних даних від знайденої прямої буде найменшою.

3. Виходячи з умови (1), окремо для кожного рівняння будуються графіки двох видів – лінійного та поліноміального, відкладаючи значення номінального діаметра зразків d по горизонтальній осі, а значення коефіцієнтів апроксимації в рівняннях (1) – по вертикальній.

3.1. Лінійну регресію зручно застосовувати при моделюванні характеристик, значення яких збільшується або зменшується з постійною швидкістю. Отримана залежність для лінійної регресії має вигляд

$$P_{лин} = (862,8 \cdot d - 2786,3) + (-36,2 \cdot d + 105,7) \cdot \ln(N), \quad R^2 = 0,979. \quad (2)$$

3.2. Поліноміальна лінія тренда підходить для опису характеристик, котрі мають декілька яскраво виражених екстремумів заданої характеристики. Так, обраний тут поліном другої степені може добре схарактеризувати процес, що має тільки один максимум і один мінімум. Отримана залежність для поліноміальної регресії має вигляд

$$P_{поліном} = (71,9 \cdot d^2 - 136,4 \cdot d + 486,6) + (-4,8 \cdot d^2 + 24,3 \cdot d - 79,5) \cdot \ln(N); \quad R^2 = 0,999. \quad (3)$$

3.3. Усі розрахунки повинні носити перевірний характер, тому будується об'єднаний графік залежностей «фактичне зусилля руйнування $P_{факт.}$ – зусилля руйнування, отримане з математичної моделі ($P_{лін.}$ та $P_{поліном}$, кг)» із виведенням величини R^2 , яка характеризує вірогідність апроксимації: чим ближче значення R^2 до 1, тим надійніше лінія тренда апроксимує підослідний процес і знаходиться за формулою

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_1}{\sum_2}, \text{ де } \sum_1 = \sum_j (y_j - Y_j)^2; \sum_2 = \sum_j Y_j^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_j Y_j \right)^2. \quad (4)$$

В отримані таким чином моделі підставляються відповідні змінні параметри номінальних діаметрів та кількості циклів і будуються графіки залежності лабораторних та отриманих зусиль руйнування з відповідних математичних моделей (рис. 1).

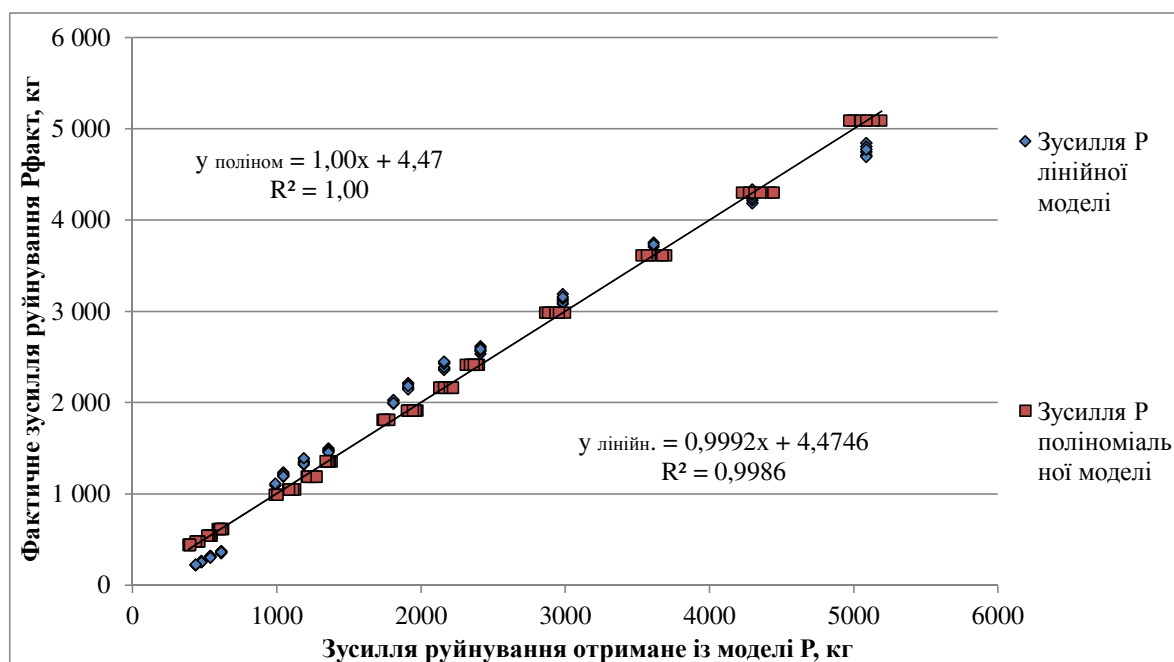


Рис. 1. Графік залежності фактичного $P_{факт}$ та розрахункового зусиль руйнування з лінійної $P_{лін.}$ та поліноміальної моделей $P_{поліном}$

Як слідує з рис. 1, автоматично вирахована величина R^2 поліноміальної моделі має більшу достовірність. Порівняння даних, отриманих за математичною моделлю, з даними експерименту наведено на рис. 2.

Надалі після зведення даних усіх випробувань в один масив окремо для мало- та багатоциклової втоми отримано залежності для втоми максимального дійсного напруження від кількості циклів навантаження (рис. 3).

Із метою встановлення параметрів втомної міцності базальтової арматури використано алгоритм статистичної обробки результатів випробування на втому (витривалість) згідно з методикою, наведеною в роботі [7].

Для цього використовуються отримані дані з умовної підгрупи малоциклових навантажень із вищеописаної зведеної таблиці.

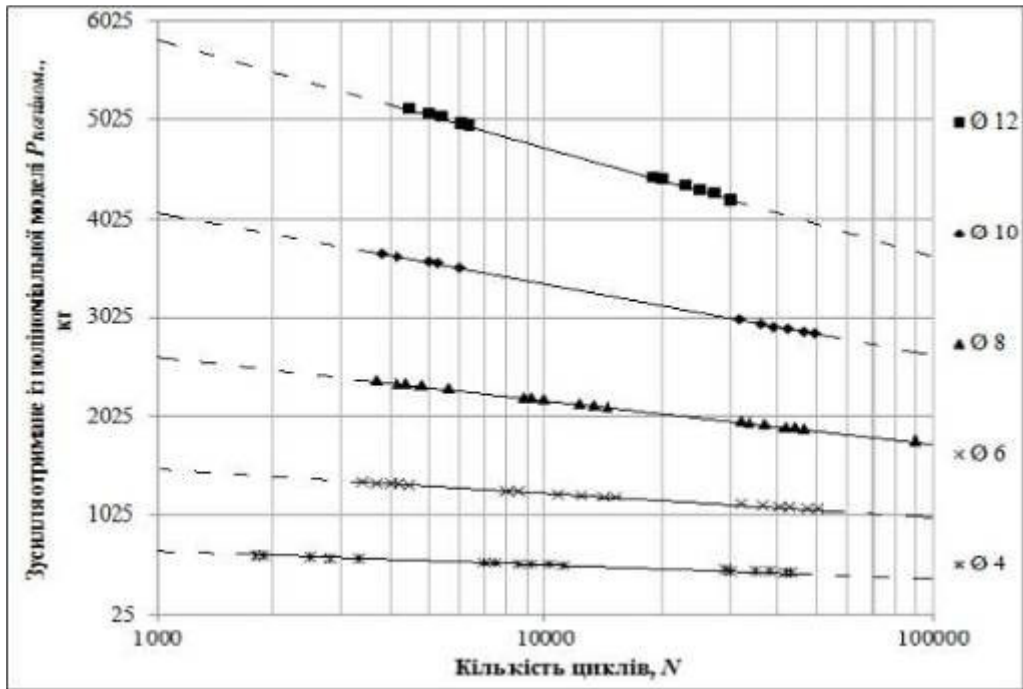


Рис.2. Діаграма Веллера для малоциклової втоми в координатах «зусилля $P_{\text{поліном}}$ – кількість циклів N » для базальтової арматури різного діаметра

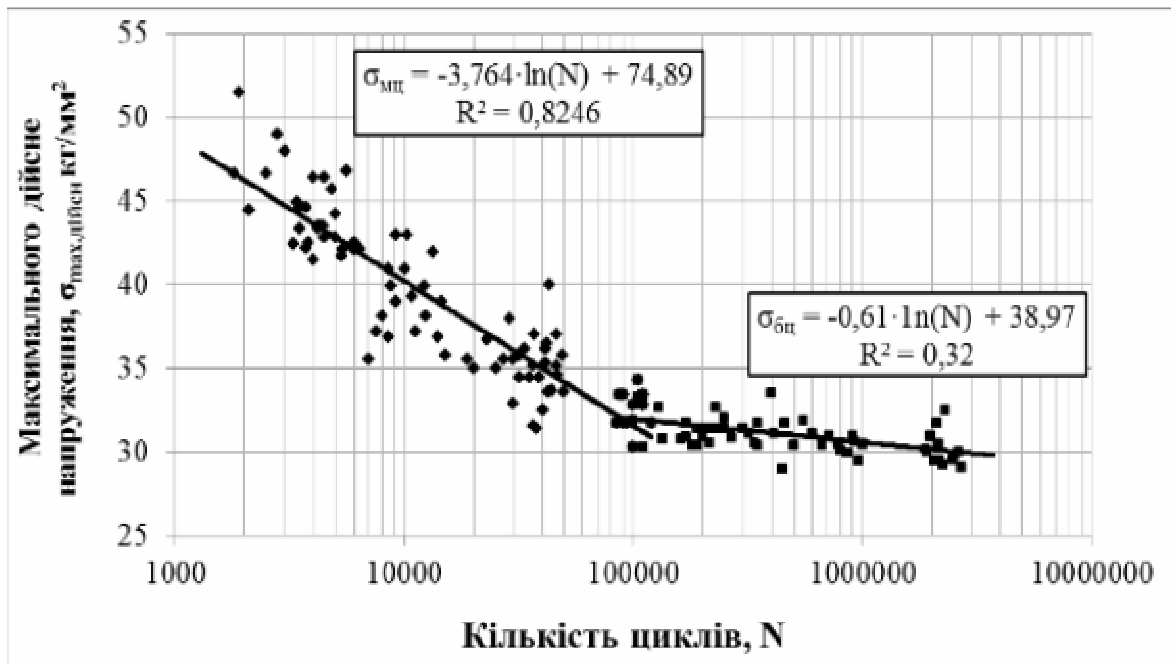


Рис. 3. Діаграма Веллера для мало- та багатоциклової втоми зразків

1. Вихідні дані: дійсне максимальне напруження σ ; кількість витриманих циклів для кожного зразка $N = I \cdot m \cdot kg \cdot c^{-2}$; кількість випробуваних зразків n .

2. Підносяться значення σ та N у степінь числа $T = C^{-1} \cdot kg \cdot c^{-1}$. Далі розраховуються значення відміток осей для кожного зразка:

$$X = \lg(N); Y = \lg(\sigma). \quad (5)$$

3. За допомогою МНК отримуються коефіцієнти, що апроксимують пряму у двологарифмічному масштабі: aa_1 – вільний член прямої; aa_2 – кут нахилу прямої. Слід зауважити, що ці коефіцієнти можна обчислити і методом медіан (ММ). ММ простіший порівняно із МНК, тому в більшості випадків дає менш точні результати, але має одну перевагу: ММ менш чутливий до наявності розкиду в масиві даних, а саме точок, отриманих із великою похибкою [9].

4. Визначається середньоквадратичне відхилення (СКВ) і квантиль імовірності $qt(P)$, що відповідає заданій імовірності P . При малій кількості випробувань замість нормального розподілення використовується розподілення Стьюдента

$$t = qt(p, n), \quad (6)$$

де p – довірча ймовірність (99 і 95% тощо); n – число степенів свободи; qt – кумулятивний розподіл Стьюдента.

5. За Стьюдентом середньоквадратичне відхилення та квантиль s :

$$s = stdev(x) \cdot \sqrt{1 - corr(X, Y)^2}, \quad (7)$$

де $stdev(x)$ – стандартне відхилення на основі генеральної сукупності; $corr(X, Y)$ – коефіцієнт кореляції.

6. Для даних по кожному зразку знаходимо довірчі інтервали ймовірності руйнування-неруйнування $lg(\sigma_{1,2,99})$, верхні та нижні межі довірчого інтервалу $lg(\sigma_{1,2,95})$, 50-відсоткову ймовірність неруйнування у відповідно

$$\begin{aligned} lg(\sigma_{1,2,99}) &= aa_1 + aa_2 \cdot (lg N \pm t_{99} \cdot s); \quad lg(\sigma_{1,2,95}) = aa_1 + aa_2 \cdot (lg N \pm t_{95} \cdot s); \\ lg(\sigma) &= aa_1 + aa_2 \cdot lg(N). \end{aligned} \quad (8)$$

7. Будується графік, котрий дозволяє наочно оцінити результати випробувань неметалевої базальтової арматури на малоциклову втому (рис. 4), на якому: X – експериментальні дані; $y_{1,99}$, $y_{2,99}$ – відповідно верхня та нижня межі 99-відсоткової ймовірності неруйнування зразка; $y_{1,95}$, $y_{2,95}$ – верхня та нижня межі 95-відсоткової ймовірності неруйнування зразка; y – 50-відсоткова ймовірність неруйнування зразка.

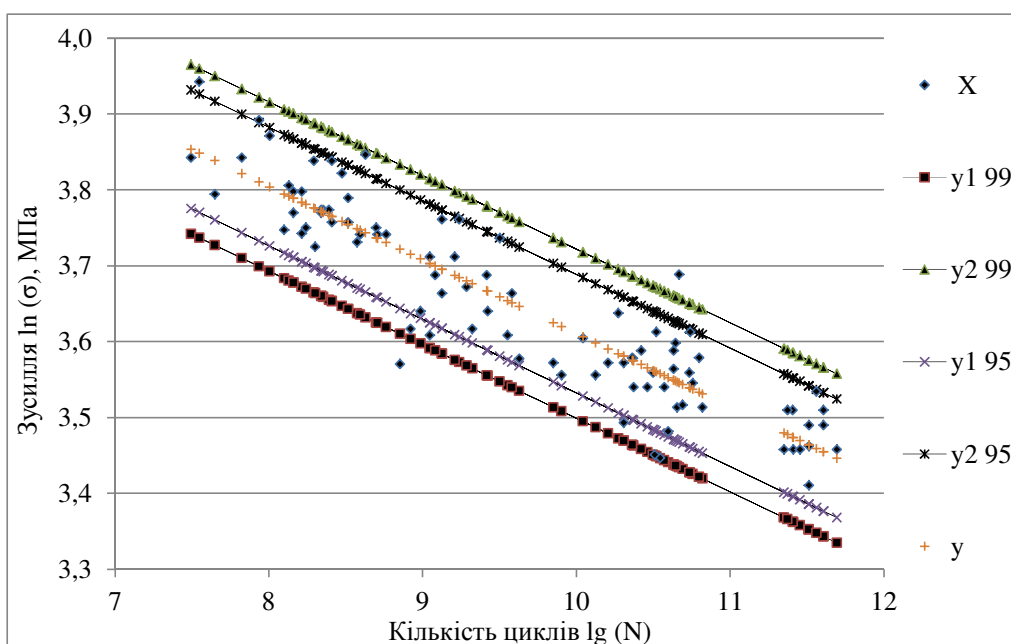


Рис. 4. Крива витривалості у двологарифмічному масштабі для різних значень ймовірності неруйнування базальтової арматури

Із графіка (рис. 4) слідує, що є дві точки, які виходять за верхню та нижню межі 99-відсоткової ймовірності неруйнування, що дозволяє використовувати отримані моделі втомної міцності для практичних розрахунків надійності й довговічності споруд

Висновки:

1. Проведено статистичну обробку результатів випробувань на втомну міцність базальтової арматури, виконаних у Фізико-механічному інституті ім. Г.В. Карпенка. Виділено дві зони роботи базальтової арматури при малоцикловій втомі, що, можливо, пов'язано з особливістю сумісної роботи полімерного в'язучого та базальтового волокна в композитній базальтовій арматурі. Отримані параметри закону втоми у вигляді степеневі залежності для базальтової арматури в області мало- та багатоциклової втоми.

2. Запропоновано вдосконалену математичну модель втомної міцності стержневих армуючих елементів, які можна застосовувати до будь-якої неметалевої арматури.

Отримані дані є підставою для створення методики розрахунку витривалості бетонних конструкцій мостів, армованих базальтопластиковою арматурою.

Надалі необхідно комплексно дослідити надійність роботи бетонних елементів, армованих базальтовою арматурою при дії мало- та багатоциклового навантаження.

Література

1. *Мости: конструкції та надійність* / [Й.Й. Лучко, П.М. Коваль, А.І. Лантух-Ляценко та ін.]. – К.: Каменяр, 2005. – 989 с.
2. *Настанова з проектування та виготовлення бетонних конструкцій з неметалевою композитною арматурою на основі базальто- і склоровінгу* : ДСТУ–Н Б В.2.6–185 : 2012. – [чинні від 2013-04-01]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2012. – 28 с. – (Національний стандарт України).
3. *Солдатченко О.С. Міцність, жорсткість та тріщиностійкість згинальних конструкцій зі склопластиковою і базальтопластиковою композитною арматурою: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд.: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»* / Солдатченко Олександр Сергійович. – К.: 2012. – 21 с.
4. *Климов Ю.А. Экспериментальные исследования прочности нормальных сечений изгибаемых элементов, армированных композитной базальтовой арматурой* / Ю.А. Климов, А.С. Солдатченко, С.А. Васильчишина. – К.: КНУБА, 2011. – № 2. – С.132 – 143.
5. *Закономерность разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении* / В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, Е.А. Булат, А.С. Кобец. – К., – 2013.
6. *Гамеляк І. П. Визначення втомної міцності базальтової арматури* / І П. Гамеляк, Я.Л. Іваницький, Т.І. Коваль. – Харків, ХНАДУ, 2014. – С. 180 – 184.
7. *Gameliak I., Zhurba G., Kostrycky V., Dmitrenko L. Determination of geosynthetic materials resistance to cyclic loading. Proceedings of the Intern. Conference on Geosynthetics. – Vol. 3, Guarujá, Brazil, 2010. – P. 631 – 634.*
8. *Споруди транспорту. Мости та труби. Основні вимоги проектування: ДБН В.2.3-2009. - [чинні від 2010-03-01].* – К.: Мінрегіонбуд України, 2009. – 52 с. – (Національний стандарт України).
9. *Гурский Д. Вычисления в Mathcad 12* / Д. Гурский, Е.Турбина. – М.: Из-во Наука, 2006. – 544 с.

Надійшла до редакції 10.12.2014

© І.П. Гамеляк, Т.І. Коваль