

Стрілець В.М., к.т.н., доцент  
Лисанець О.В., студент  
Стрілець О.Р., к.т.н.

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

## ОБГРУНТУВАННЯ КІНЕМАТИКО-СИЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ ЗІРКОПОДІБНОЇ ПРУЖИНИ ЗАПОБІЖНОЇ ПРУЖНОЇ МУФТИ

*Розглянуто будову запобіжної пружної муфти, яка містить внутрішню та зовнішню півмуфти, з'єднані між собою зіркоподібною пружиною з виступами параболічної форми, вставленими у заглибини півмуфт. Описано принцип її роботи. Виконано попередній аналіз кінематичних і силових параметрів запобіжних муфт, що залежать від властивостей зіркоподібних пружин. Прийнято, що виступ зіркоподібною пружини являє собою двошарнірну арку у вигляді квадратної параболи, і для неї методами будівельної механіки із застосуванням числового інтегрування з використанням формули Сімпсона здійснено розрахунки. Отримано аналітичні вирази, які дозволяють робити висновки про працездатність зіркоподібною пружини запобіжної пружної муфти при передачі нею обертальних моментів.*

**Ключові слова:** муфта запобіжна пружна, зіркоподібна пружина, виступ, статичний розрахунок, деформація, парабола.

Стрелец В.Н., к.т.н., доцент  
Лисанец А.В., студент  
Стрелец О.Р., к.т.н.

Національний університет водного господарства та природопольовання, г. Ровно

## ОБОСНОВАНИЕ КИНЕМАТИКО-СИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗВЕЗДООБРАЗНОЙ ПРУЖИНЫ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОЙ УПРУГОЙ МУФТЫ

*Рассмотрено строение предохранительной упругой муфты, которая содержит внутреннюю и внешнюю полумуфты, соединенные между собой звездообразной пружиной с выступами параболической формы, установленными в углубления полумуфт. Описан принцип её работы. Проведен предварительный анализ кинематических и силовых параметров предохранительных муфт, которые зависят от свойств звездообразных пружин. Принято, что выступ звездообразной пружины являет собой двухшарнирную арку в виде квадратной параболы, и для неё методами строительной механики с применением численного интегрирования с использованием формулы Симпсона проведены расчеты. Полученные аналитические выражения позволяют делать выводы о работоспособности звездообразных пружин предохранительной муфты при передаче ею моментов.*

**Ключевые слова:** муфта предохранительная упругая, звездообразная пружина, выступ, статический расчет, деформация, парабола.

## JUSTIFICATION OF KINEMATIC AND POWER PARAMETERS OF THE STAR-SHAPED SPRING OF FLEXIBLE OVERLOAD COUPLING

*Various mechanical couplings are widely used in drives of building, road, land reclamation machines, etc. The main purpose of coupling is to connect two coaxial shafts and transmit torque between them. In addition to the mentioned, flexible overload couplings perform following responsible functions: compensation of detrimental effect of shaft geometric axes offset; amortization of vibrations, jolts and shocks; parts overload protection; the machine start-up facilitation. Various operational functions contributed to the development of a large number of such coupling construction. But in all cases there are still many shortcomings in the coupling operation that need to be eliminated by its improvement. The modern technical literature describes overload jaw couplings with a shear pin and others that rigidly transmit torque through direct hubs contact that negatively affects the performance of elements of drive and the machine in general. Based on the analysis of the designs shortcomings of known coupling we developed new designs of overload flexible couplings with star-shaped springs*

*The article examines the structure of an overload flexible coupling that contains internal and external hubs, connected by a star-shaped spring with the parabolic edges inserted in grooves on the outer surface of internal hub and inner surface of the external hub. Position of the star-shaped spring is fixed on the inner hub by retaining ring. The interior space of coupling is conserved with the cover that is attached to hub by screws and designed to protect the star-shaped springs from the external factors influence and for its lubrication. The working principle of coupling is described as follows. During the rotation of inner hub, torque is transferred to the outer hub through star-shaped spring and grooves. In overloading mode, star-shaped spring starts deforming, decreasing in diameter along its outline, with grooves being compressed, within the elastic deformation range, and slipping out of the external hub grooves, which curves radius is larger than one of spring edges, and sliding on the surface of an external hub until torque is over the nominal value.*

*We have conducted a preliminary analysis of kinematic and power parameters of overload couplings that are carried out through star-shaped spring. It is assumed that star-shaped springs is a two-hinge arch in the form of a square parabola and using the methods of structural mechanics, in particular, numerical integration by Simpson's formula, we have conducted calculations.*

*Analytical expressions obtained allow drawing conclusions about workability of the star-shaped spring of flexible overload coupling during the torque transmission.*

**Keywords:** flexible overload coupling, star-shaped spring, edge, statics calculation, deformation, parabola.

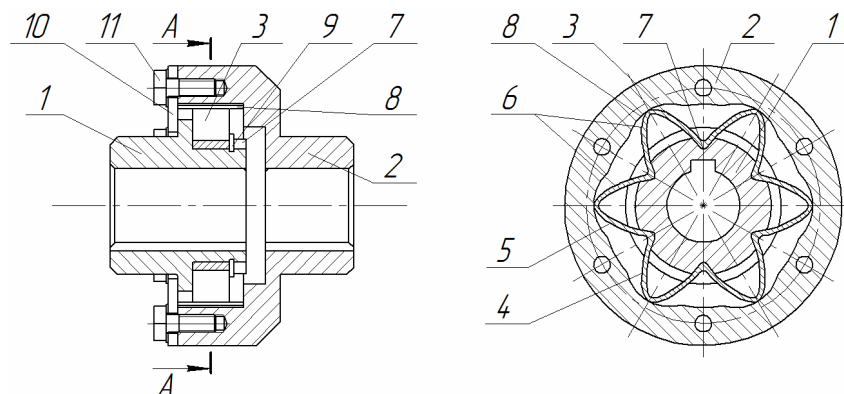
**Вступ.** У приводах підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх, меліоративних та інших машин широко використовуються різні муфти, які є достатньо відповідальними механічними пристроями, що часто визначають надійність і довговічність усієї техніки. Основне призначення муфт – це з'єднання валів та передавання обертальних моментів. Крім указанного, запобіжні пружні муфти виконують і такі відповідальні функції: компенсують шкідливий вплив зміщення геометричних осей кінців валів, що виникають унаслідок неточностей виготовлення, монтажу або конструктивних особливостей та умов експлуатації приводів; амортизують вібрації, поштовхи й удари, що виникають під час роботи; захищають деталі від перенавантажень; полегшують пуск машини. Різноманітні експлуатаційні функції сприяли розробленню значної кількості конструкцій муфт. Але в усіх випадках у роботі муфт залишається багато недоліків, які потрібно усувати за рахунок їх удосконалення.

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** У сучасній технічній літературі [1 – 3] описані запобіжні муфти кулачкові, зі зрізним штифтом та інші, які через безпосередній контакт півмуфт передають обертальний момент жорстко, а це негативно впливає на роботу деталей приводів і машини в цілому. На основі аналізу недоліків конструкцій цих відомих муфт розроблені конструкції нових запобіжних пружних муфт із зіркоподібними пружинами на рівні патентів [4 – 7]. Однак теоретичних та експериментальних досліджень для нових запобіжних пружних муфт досі не виконано.

**Виділення не розв'язаної раніше частини загальної проблеми.** Натепер немає методики розрахунків таких зіркоподібних пружин і експлуатаційних характеристик подібних муфт.

**Постановка завдання.** Метою роботи є проведення попереднього аналізу кінематичних і силових параметрів запобіжних пружних муфт, що забезпечуються властивостями зіркоподібних пружин. Слід наголосити, що нині немає методики розрахунків таких муфт. Тому автори й роблять спробу розробити методику їх розрахунків для можливого використання в різних технічних засобах, у тому числі в підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх, меліоративних та інших машинах.

**Основний матеріал і результати.** У статті розглянуто статичні розрахунки зіркоподібних пружин запобіжних пружних муфт [4 – 7] у робочому стані, тобто під час передавання сталого обертального моменту. Одна з таких муфт показана на рисунку 1.



**Рисунок 1 – Схема пружної запобіжної муфти із зіркоподібною пружиною**

Муфта запобіжна пружна складається з внутрішньої 1 і зовнішньої 2 півмуфт, з'єднаних між собою зіркоподібною плоскою пружиною 3, сторони 4 та 5 виступів 6 якої виконані випуклими в сторону від осі симетрії виступів 6, встановленою в

заглиблення 7 і 8 півмуфт 1 та 2, причому заглиблення 8 виконані з радіусом, більшим від радіусів заокруглень виступів 6. Положення зіркоподібної пружини 3 зафіксовано на внутрішній півмуфті 1 стопорним кільцем 9. Внутрішній простір муфти закритий кришкою 10, яка прикріплена до півмуфти 2 гвинтами 11 і призначена для захисту зіркоподібної пружини 3 від впливу зовнішніх факторів та її мащення консистентними мастилами.

Муфта запобіжна пружна працює так. При обертанні внутрішньої півмуфти 1, обертальний момент через зіркоподібну плоску пружину 3 та заглибини 7 і 8 передається на зовнішню півмуфту 2. У режимі перевантаження зіркоподібна пружина 3 деформується, зменшуючись у діаметрі за своїм зовнішнім контуром, при цьому сторони 4 і 5 виступів 6 вигинаються в сторони своїх випуклостей, забезпечуючи деформацію зіркоподібної плоскої пружини 3 в межах пружної деформації, та виходять із заглиблень 8 зовнішньої півмуфти 2, радіус заокруглень яких більший від радіусів заокруглень виступів 6, та проковзують по циліндричній поверхні зовнішньої півмуфти 2 до тих пір, поки обертальний момент не зменшиться до номінального значення.

Поставлена задача розв'язана з такими припущеннями: бічні поверхні виступів зіркоподібних пружин деформуються однаково відносно осі симетрії; навантаження, яке діє на виступи, лежить на лінії симетрії та в площині зіркоподібної пружини, перпендикулярній до осі обертання, дорівнює

$$F = \frac{2T_p}{D \cdot z \cdot f}, \quad (1)$$

де  $T_p$  – розрахунковий обертальний момент, який передається муфтою;

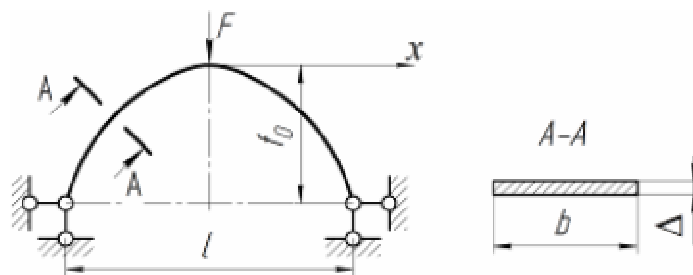
$D$  – зовнішній діаметр зіркоподібної пружини;

$z$  – кількість виступів зіркоподібної пружини;

$f$  – коефіцієнт тертя.

Вісь зігнутого виступу – квадратна парабола у вигляді  $y = ax^2$ . Розглядається один виступ, бо інші деформуються подібно. І, зрештою, у зв'язку з тим, що метод аналітичного інтегрування є достатньо трудомістким і непридатним для намагання отримати аналітичний розв'язок, використаємо при розв'язанні цієї задачі чисельне інтегрування методом сил. Зауважимо, що спрощені методи інтегрування, наприклад метод Верещагіна, не досить точні [8].

Розрахункова схема виступу зіркоподібної пружини показана на рисунку 2.



**Рисунок 2 – Розрахункова схема виступу зіркоподібної пружини**

Пружина, показана на рисунку 2, має такі позначення:  $F$  – зосереджена сила;  $f_0$  – стріла підйому параболи;  $l$  – віддаль між опорами (прольот);  $x$  – вісь абсцис, початок у точці прикладання сили  $F$  (ключовий шарнір);  $b$  і  $\Delta$  – розміри поперечного перетину пружини, відповідно ширина і товщина. Її можна подати як плоску арку з одним замкненим контуром, яка деформується тотожно пружному виступу. Ступінь статичної невизначеності такої двошарнірної арки дорівнює одиниці [8].

Основна система методу сил показана на рисунку 3:  $X$  – невідома сила у відкинутій в’язі;  $x$  – поточна координата на осі  $x$ ;  $\varphi(x)$  – поточний кут нахилу осі квадратної параболи.

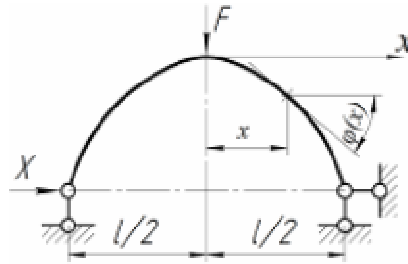


Рисунок 3 – Основна система виступу зіркоподібної пружини

Рівняння осі параболи матиме вигляд

$$f = f(x) = f_0 \left(1 - \frac{4x^2}{l^2}\right). \quad (2)$$

Моменти  $M_1$  від сили  $X=1$  (див. рисунок 4, а)

$$M_1 = -1 \cdot f(x) = -f_0 \left(1 - \frac{4x^2}{l^2}\right). \quad (3)$$

Моменти  $M_F$  від зосередженої сили  $F$  у правій половині пружини будуть визначатися за формулою

$$M_F = \frac{Fl}{4} \left(1 - \frac{2x}{l}\right). \quad (4)$$

Унаслідок симетрії такі ж моменти будуть і в лівій половині арки (див. рис. 4, б).

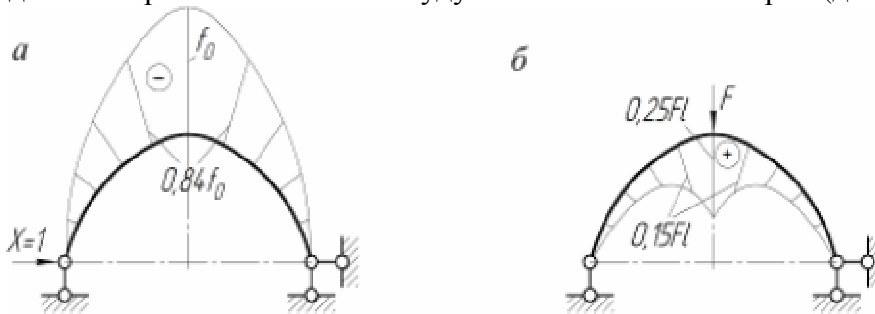


Рисунок 4 – Епюри моментів згину: а –  $M_1$  від сили  $X=1$ ; б –  $M_F$  від сили  $F$

Для визначення переміщень за напрямком невідомої сили використаємо вирази

$$\delta_{11} = \int_s \frac{M_1^2}{EJ} ds \quad \text{і} \quad \delta_{1F} = \int_s \frac{M_1 M_F}{EJ} ds, \quad (5)$$

де  $EJ$  – жорсткість поперечного перетину пружини;

$E$  – модуль пружності першого роду для матеріалу пружини;

$J$  – осьовий момент перетину пружини (див. рисунок 2, А–А);  $J = b\Delta^3 / 12$ .

Замінімо інтегрування по довжині осі параболи  $s$  інтегруванням по прольоту  $l$ .

Урахуємо, що  $ds = dx / \cos \varphi$ .

$$\delta_{11} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{M_1^2}{EJ} \frac{dx}{\cos \varphi} \quad \text{і} \quad \delta_{1F} = \int_{\frac{l}{2}}^l \frac{M_1 M_F}{EJ} \frac{dx}{\cos \varphi}. \quad (6)$$

Визначаємо

$$\frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \sqrt{1 + (f')^2}, \quad (7)$$

де  $f' = -8f_0x/l^2$  – похідна по  $x$  від виразу прогину.

Приймаємо  $f_0/l = 1/4$ , матимемо

$$\frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \frac{4x^2}{l^2}}. \quad (8)$$

Аналітичне інтегрування із цього моменту для загального співвідношення  $f_0/l$  дає менш точні результати, тому задачу розв'язуємо чисельним методом.

Чисельне інтегрування виконаємо за формулою Сімпсона

$$\int_a^b y dx = \frac{b-a}{3n} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (9)$$

і, враховуючи симетрію виступу пружини, тільки по половині її прольоту  $l$ . Результати чисельного інтегрування зводимо до таблиці 1.

Таким чином, маємо

$$\delta_{11} = 2 \frac{f_0^2}{EJ} \frac{l}{3 \cdot 10} 8,539 = 0,569 \frac{f_0^2 l}{EJ} = 0,03558 \frac{l^3}{EJ}; \quad (10)$$

$$\delta_{1F} = -2 \frac{f_0 Fl}{EJ} \frac{l}{3 \cdot 10} 1,676 = -0,1117 \frac{Ff_0 l^2}{EJ} = -0,02793 \frac{Fl^3}{EJ}. \quad (11)$$

**Таблиця 1 – Результати чисельного інтегрування**

$\frac{x}{l}$	$-\frac{M_1}{f_0}$	$\frac{1}{\cos \varphi}$	$\frac{M_1^2}{f_0} \frac{1}{\cos \varphi}$	Множ- ники	$\frac{M_F}{Fl}$	$\frac{M_1 M_F}{f_0 Fl} \frac{1}{\cos \varphi}$	Множ- ники
0	1	1	1	2	0,25	0,2500	2
0,1	0,96	1,0198	0,9398	2	0,20	0,1958	2
0,2	0,84	1,0770	0,7599	4	0,15	0,1357	4
0,3	0,64	1,1662	0,4770	2	0,10	0,0746	2
0,4	0,36	1,2806	0,1660	4	0,05	0,0231	4
0,5	0	1,4142	0	1	0	0	1
				8,539			1,676

Канонічне рівняння методу сил

$$\delta_{11} + \delta_{1F} = 0, \quad (12)$$

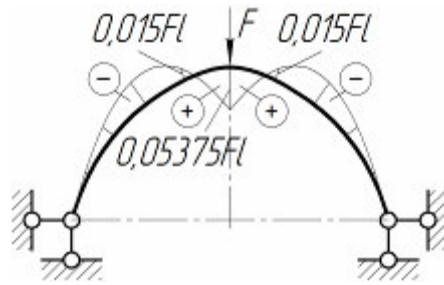
звідки

$$X = -\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{-0,02793 \frac{Fl^3}{EJ}}{0,3558 \frac{l^3}{EJ}} = 0,785F. \quad (13)$$

Повні згинальні моменти у виступі пружини від дії сили  $F$  дорівнюють

$$M = M_F + XM_1. \quad (14)$$

Кінцева епіюра згинальних моментів у загальному вигляді показана на рисунку 5.



**Рисунок 5 – Кінцева еюра згинальних моментів**

Залежно від прольоту  $l$  та стріли підйому  $f_0$  виступу пружини, а також від заданої точності розрахунку, симетрична половина  $l/2$  розбивається на ту чи іншу кількість ділянок, і визначаються моменти згину в будь-якій точці осі пружини.

**Висновки:**

1. Отримана аналітична залежність (11) між силою та деформацією в зіркоподібній пружині при передачі запобіжною пружною муфтою обертального моменту може використовуватися при проектуванні нових приводів з такими муфтами, а вираз (14) дозволяє визначити максимальну величину моменту згину для небезпечного перетину і для нього знайти напруження за відомими формулами.

2. Запропонована методика теоретичного дослідження залежності між силою і деформацією у зіркоподібних пружинах придатна для пружин з різною кількістю виступів і є підґрунтям для подальших досліджень запобіжних пружних муфт.

**Література**

1. Малащенко В. О. *Муфти приводів. Конструкції та приклади розрахунків* / В. О. Малащенко. – Львів : Видавництво НУ «Львівська політехніка», 2006. – 196 с.
2. Bhandary V. B. *Design of Machine Elements* / V. B. Bhandary. – New Delhi : Tata McGraw-Hill Education Private Ltd., 2007. – 934 p.
3. Ganesh B. K. *Design of Machine Elements* / K. G. Babu, K. Srithar. –New Delhi : Tata McGraw-Hill Education, 2010. – 544 p.
4. Пат. 90178 Україна, МПК (2006.01) F16 D 3/52. *Муфта запобіжна пружна* / В. А. Федорук, В. М. Стрілець, О. Р. Стрілець, А. В. Цимбалюк; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – и № 2014 00028, заявл. 08.01.2014; опубл. 12.05.2014, Бюл. № 9.
5. Пат. 90494 Україна, МПК (2014.01) F16 D 3/00. *Муфта запобіжна пружна* / В. А. Федорук, В. М. Стрілець, О. Р. Стрілець, А. В. Цимбалюк; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – и № 2014 00313, заявл. 15.01.2014; опубл. 26.05.2014, Бюл. № 10.
6. Пат. 98075 Україна, МПК (2006.01) F16 D 3/52. *Муфта запобіжна пружна* / В. М. Стрілець, О. Р. Стрілець, М. М. Козяр, В. А. Федорук; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – и № 2014 13238, заявл. 10.12.2014; опубл. 10.04.2015, Бюл. № 7.
7. Пат. 98076 Україна, МПК (2006.01) F16 D 3/52. *Муфта запобіжна зі складеною зіркоподібною пружиною* / О. Р. Стрілець, М. М. Козяр, В. А. Федорук, В. М. Стрілець; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – и № 2014 13239, заявл. 10.12.2014; опубл. 10.04.2015, Бюл. № 7.
8. Поліщук М. П. *Будівельна механіка: навчальний посібник* / М. П. Поліщук. – Рівне : НУВГП, 2004. – 237 с.

© Стрелец В.Н., Лисанец А.В., Стрелец О.Р.  
Надійшла до редакції 21.11.2015