

*Dovzhenko O., PhD, Professor
Pogribnyi V., PhD, senior research fellow
Chursa Yu., post-graduate
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University*

VARIATIONAL METHOD APPLIED IN CALCULATION OF KEY JOINT'S STRENGTH IN THE CURRENT CONSTRUCTION SYSTEMS

The article deals with construction precast and precast with cast-in-place frame buildings, which elements' combined action is provided by key joints, are widely used. The paper is devoted to the key joints, taking up considerable transverse forces. Standard methods of their calculation are imperfect, they do not take into account all factors of influence and cause significant underestimation of the joint's strength. At Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University a calculation methodology has been developed, which, being generic enough, takes into account the destruction's character and a set of influence factors. Three- and five-key joints of multi-storey building's reinforced concrete frame's elements have been considered. An example is given of determining the strength of the capillary's joint with the column of the precast flat slab floor by means of the variational method in the concrete plasticity theory. The obtained results are compared to the standard calculations.

Keywords: joint, key, strength, plasticity, shear, concrete.

*Довженко О.О., к.т.н., професор
Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с.
Чурса Ю.В., аспірант*

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ЗАСТОСУВАННЯ ВАРІАЦІЙНОГО МЕТОДУ ПРИ РОЗРАХУНКАХ МІЦНОСТІ ШПОНКОВИХ СТИКІВ СУЧАСНИХ КОНСТРУКТИВНИХ СИСТЕМ

Висвітлено роль стиків, котрі використовуються для забезпечення спільної роботи окремих елементів збірних і збірно-монолітних каркасних будівель. Особливу увагу присвячено шпонковим з'єднанням, які сприймають значні поперечні сили. З'ясовано, що нормативні методики їх розрахунку не досконалі, не враховують всіх факторів впливу і призводять до суттєвої недооцінки міцності стиків. У Полтавському національному технічному університеті імені Юрія Кондратюка розроблено методику розрахунку, яка є досить загальною: розглядає характер руйнування та комплекс чинників впливу. Розглянуто три- і п'ятишпонкове з'єднання залізобетонних елементів каркасів багатопверхових будівель. Наведено приклад визначення міцності стику капітелі з колоною збірного безбалкового перекриття варіаційним методом на основі теорії пластичності бетону. Отримані результати порівняно з нормативними розрахунками.

Ключові слова: стик, шпонка, міцність, пластичність, зріз, бетон.

Introduction. Joints are important elements of the present-day construction systems (CS) of multi-storey buildings. Hollow core slabs in them rest on girders through concrete keys, formed by means of embedding hollow sites of the slab ends (CS Arcos). Precast and precast with cast-in-place girders and column slabs are also connected with the column by means of keys (CS MITEP, Saret, Kazan-XXI century, CUBE-2.5, etc.). However, such joints are used carefully enough [1], which indicates the necessity of their further studies.

Analysis of the latest research sources and publications. Reliability and economic feasibility of joints is determined by their design method's quality. Currently, we have analyzed over 50 proprietary and standard methods of defining the key joint's bearing capacity [1 – 6]. Most of them are empiric, thus causing definite drawbacks, first of all, special character of the data obtained.

Normally, among the factors, determining the above joint's strength, we should distinguish the both concrete properties f_{cd} and f_{ctd} ; key parameters l_k (depth), h_k (height), b_k (width) and their ratio l_k / h_k ; the key profile form, the underlay's deflection angle ψ (rectangular, trapezoidal and triangular keys); prestressing force σ / f_{cd} ; reinforcement $\rho_{sw} = A_s / b_k h_k$; the joint's width t_j number of keys n_k [7 – 11].

Among the known methods, only standards [12, 13] are, to some extent, taking into account most of the above factors, however, they significantly underscore the theoretic strength when compared to the empirically obtained data.

At Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University a design methodology has been developed for design key joint's strength [14], which is based on the common foundation: the variational method in the concrete plasticity theory [15], considers their destruction type and takes into account the whole totality of the strength determining factors. The method is tried and tested enough, and it has demonstrated proper coincidence with the experimental data.

Singling unsolved aspects of the problem. Number of keys is one of the factors influence the key joint's strength, which is poorly understood. Standard norms [16] suggest calculations for maximum three, and [17] – that for five keys. There is no consensus on the maximum number of keys, which is introduced in the design. There is, therefore, the matter requires further study.

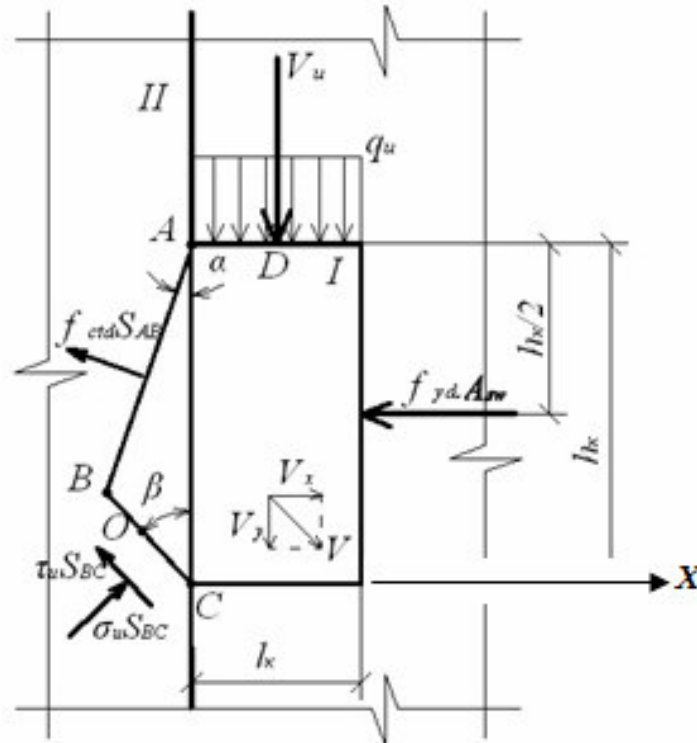
The aim of the present paper is testing the method of key joint's strength design in the context of solving tasks to improve strength of splined joints in the precast and precast with cast-in-place systems of multi-storey buildings.

Basic material and the results. The essence of the suggested design method lies in the fact that basing on the assumed kinematic scheme of the single-key joints (Fig. 1), the normal and tangent velocity jumps are determined in relation to the destruction surface, its contour is defined. Then, the method's functional is recorded and, proceeding from the fact that it equals zero, the ultimate load q_u is determined at the unknown angles α , β and the speed ratio V_x / V_y . As additional conditions, equilibrium equations are assumed. Solutions have been obtained for single-key joints at «key» and «joint» destructions [14].

Three-key joints undergo the following destruction cases (under the condition that the height of keys equals to the distance between them): at $t_j / h_k \leq 0,3$ (t_j – the joint's width): in the case, when $0,25 \leq l_k / h_k \leq 0,35$ – the «key» destruction (Fig. 2, a); if the condition $0,3 < t_j / h_k < 3$ and $0,25 \leq l_k / h_k \leq 0,5$ is fulfilled – a combined variant of «key» and «joint» destruction occurs (Fig. 2, b – c) (the calculation value is assumed to be the minimal ultimate load's value), when $t_j / h_k \geq 3$ – the joint is destroyed.

Five-key joints undergo the relevant destruction schemes.

a)



b)

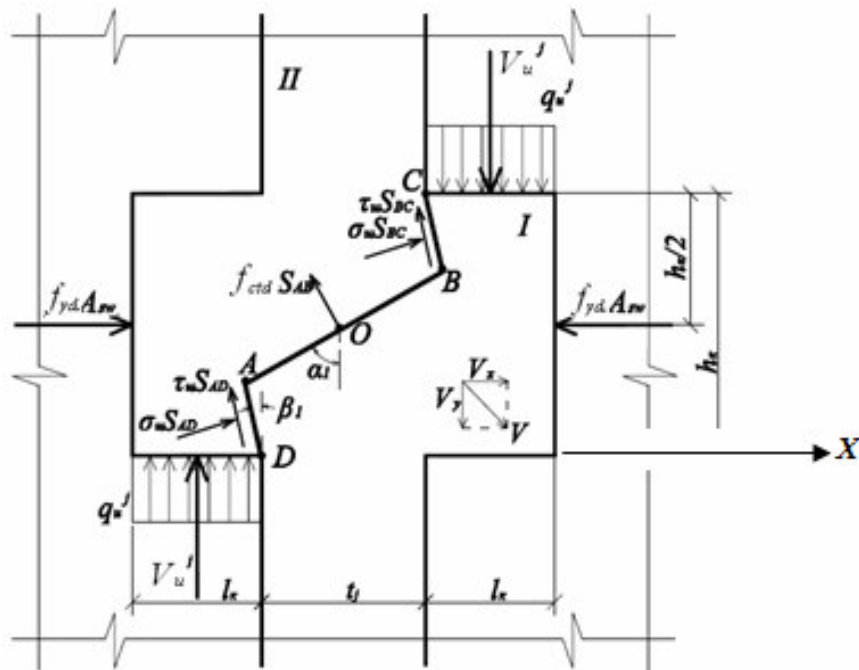


Figure 1 – Possible kinematic scheme of a single-key reinforced joint destruction:
 a – «key» destruction; b – «joint» destruction

Figure 3 illustrates examples of splined joints of column with the cap of precast flat slab floor [18], of a precast column with a solid-cast joist, reinforced by a precast bearing [19], precast with cast-in-place with a column CS Kazan-XXI century [20], precast columns and girders CS MITEP [17], precast posts at precast columns formation in the RAMPA system [21].

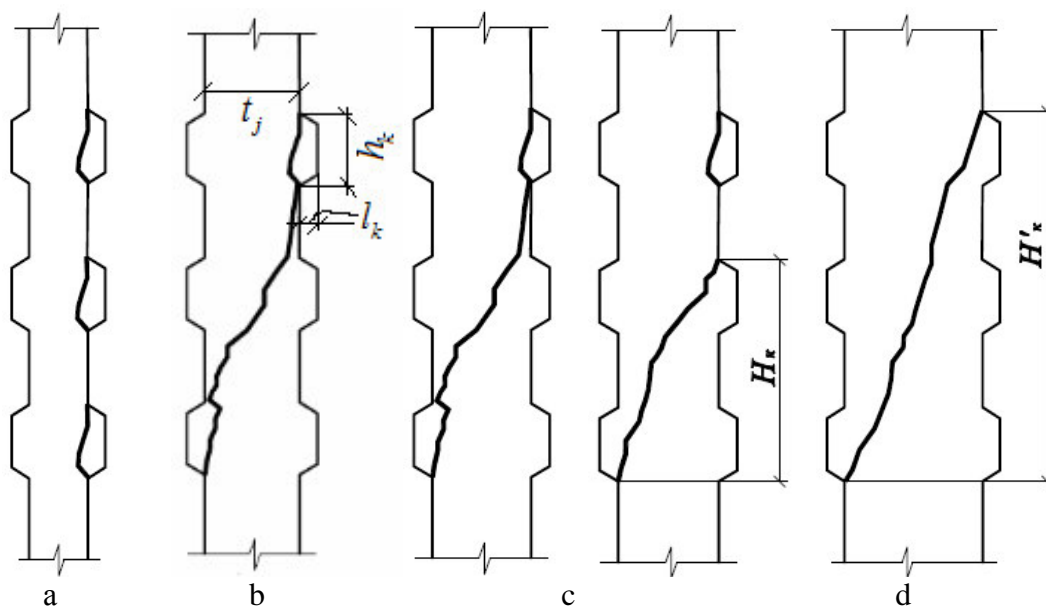


Figure 2 – Possible forms of three-key joints destruction

As an example, let us consider the results of calculation for a key joint of a column with the cap of precast flat slab floor's drop (Fig. 3) by means of the variational method based on the concrete plasticity theory, and let's compare them with the standard design [12] and [15].

The initial data for the calculation are the joint's geometry: $h = 600$ mm; $d = 556$ mm; $b_{cap} = 830$ mm; $b_{st} = 150$ mm; $b = 450$ mm; $h_k = 130$ mm; $b_k = 450$ mm; $l_k = 30$ mm and the strength properties of the embedment concrete C16/20, for which $f_{cd} = 11,5$ MPa, $f_{ctd} = 1,3$ MPa.

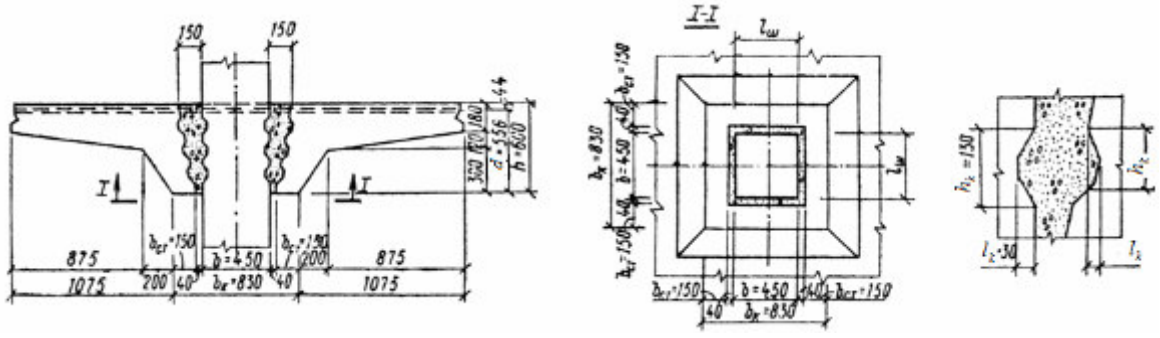
The drop-with-column joint is designed to be rigid, able to take up bending moments and shear forces. At designs, one should take into account that the moments, acting in the joint, cause the prestressing the embedment concrete, in our case the prestressing level is $\sigma = 8,02$ MPa. The positive effect on the joint's operation is made by the restraining influence of the cap, heightwise of which three keys are designed.

For the considered dimensions $l_k/h_k = 30/130 = 0,25$, and the joint's relative width makes $t_j/h_k = 95/130 = 0,73$, which means, that the combined «key» and «joint» destruction variant can occur (Fig. 2, a – c). The minimal load value is observed in the destruction case described in Fig. 2, b: for two keys and seam within the third.

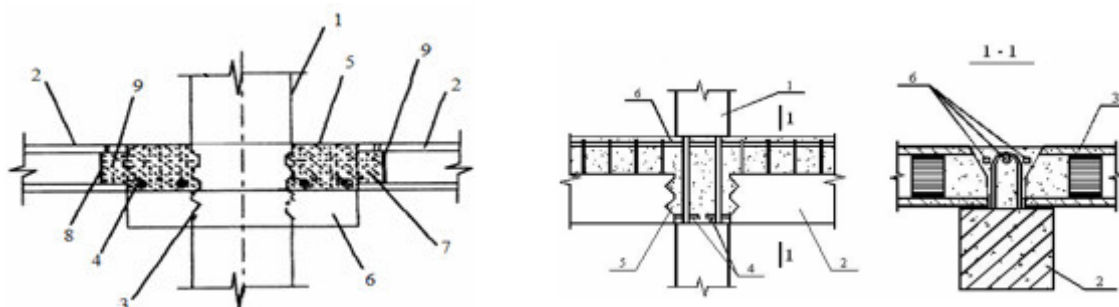
In this case, the keys joint's strength is determined depending on:

$$\frac{q_u^2}{m} = 2 \left(\frac{Btg\alpha(tg^2\beta + 1)}{(tg\alpha + tg\beta)} + \frac{f_{ctd}tg\beta}{m} + \sigma \frac{tg\beta}{m} \right) \frac{1}{\gamma(\cos\theta - k \sin\theta)} + \left(\frac{2B\sqrt{(k - tg\beta_1)^2 + 0,25(ktg\beta_1 + 1)^2} - (k - tg\beta_1)}{(tg\alpha_1 + tg\beta_1)} + \frac{f_{ctd}(k + tg\alpha_1)(tg\beta_1 + t_j)}{m(tg\alpha_1 + tg\beta_1)} + \sigma \frac{k}{m} \right) \frac{1}{\gamma(\cos\theta - k \sin\theta)}, \quad (1)$$

where $\gamma = l_k/h_k$; $B = \sqrt{(1 + \chi/(1 - \chi^2))/3}$, $\chi = f_{ctd}/f_{cd}$; $m = f_{cd} - f_{ctd}$; $k = V_x/V_y$ – the speed ratio; angles α, β – geometric parameters of the failure surface ABC (Fig. 1, a); θ – load deflection angle from the vertical.



Column's joint with the precast cap of flat slab floor's drop [18]



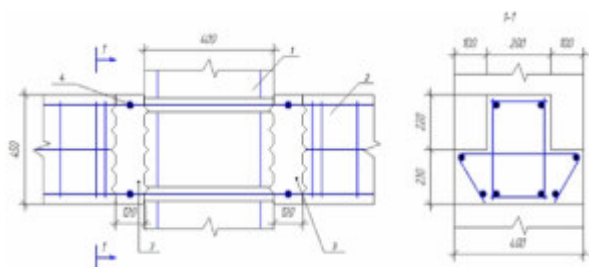
Key joint of the column with girders [19]:

- 1 – precast columns;
- 2 hollow-core slabs;
- 3 – concrete keys;
- 4 – reinforcement cage of the solid part in the precast with cast-in-place girders 5;
- 6 – joist precast bearing's swelling;
- 7 – butt hollows of slabs 2;
- 8 – restraints;
- 9 – keys of girders

Girder-with-column joint

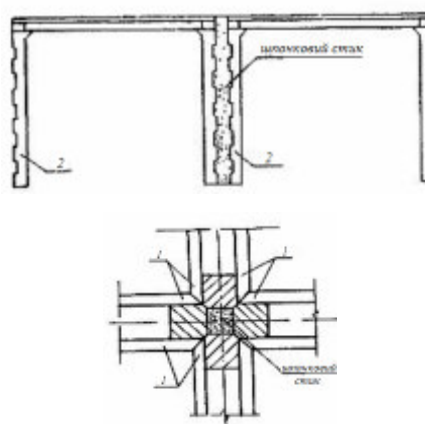
CS Kazan-XXI century [20]:

- 1 – column;
- 2 – precast element of a girders;
- 3 – hollow-core slab;
- 4 – longitudinal working reinforcement protruding bars;
- 5 – keys in the girders butt;
- 6 – bearing reinforcement bars of the precast with cast-in-place girders



Precast girder-column joint [17]:

- 1 – precast column;
- 2 – precast girders;
- 3 – key joint;
- 4 – reinforcement bars



Key joint of the posts into a column [21]:

- 1 – frames;
- 2 – jamb posts

Figure 3 – Key joints of separate reinforced concrete elements in multi-storey buildings

In the limit state in the upper zone of the joint (Fig. 3), according to [18], a significant crack expansion in the two concretes contact place is observed, which can degrade the work of the upper key. Therefore, only two keys are introduced into the design.

The results of determining the ultimate load, which can be taken up by a two-key butt joint, are the following: for [18] – $V_u = 500,2$ kN; for [12] – $V_u = 214,7$ kN, using the variational method [15] – $V_u = 271,6$ kN. As it can be clearly seen, the standard methods [12, 18] demonstrate significant (by 2,5-fold) divergence of results. The value of, obtained on the plasticity theory, falls within the above limits and is closer to the design result [12] as such, taking into account the specificity of considered joint's constructive solution.

Conclusions. The suggested method of key joints strength design is illustrated on the example of the strength design for the drop-with-column joint of the precast flat slab floor. Compared to the standard one, the above method is more accurate due to taking into account all factors of influence. The method is recommended for extensive application.

References

1. Гуров Е. П. Сборное домостроение. Стратегия развития / Е. П. Гуров // СтройПРОФИЛЬ. – 2010. – № 5 (83). – С. 10 – 15.
Gurov E. P. Sbornoe domostroenie. Strategiya razvitiya / E. P. Gurov // StroyPROFIL. – 2010. – № 5 (83). – S. 10 – 15.
2. Довженко О. О. Порівняльний аналіз розрахунку міцності бетонних шпонок за існуючими методиками / О. О. Довженко, Л. В. Карабаш, Ю. В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2012. – Вип. 23. – С. 201 – 210.
Dovzhenko O. O. Porivnyalnyi analiz rozrahunku mitsnosti betonnih shponok za isnuyuchimi metodikami / O. O. Dovzhenko, L. V. Karabash, Yu. V. Chursa // Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudi: zb. nauk. prats. – Rivne: NUVGP, 2012. – Vip. 23. – S. 201 – 210.
3. Довженко О. О. Порівняльний аналіз розрахунку міцності залізобетонних шпонок за існуючими методиками (на прикладі контактної шва) / О. О. Довженко, І. А. Юрко, А. Г. Гриценко // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 5 (38). – С. 72 – 84.
Dovzhenko O. O. Porivnyalnyi analiz rozrahunku mitsnosti zalizobetonnih shponok za isnuyuchimi metodikami (na prikladi kontaktного shva) / O. O. Dovzhenko, I. A. Yurko, A. G. Gritsenko // Zbirnik naukovih prats. Seriya: Galuzeve mashinobuduvannya, budivnitstvo. – Poltava: PoltNTU, 2012. – Vip. 5 (38). – S. 72 – 84.
<http://znp.pntu.edu.ua>
4. Довженко О. О. Порівняльний аналіз розрахунку міцності обтиснутих бетонних шпонок за існуючими методиками / О. О. Довженко, Л. В. Карабаш, Є. О. Ржаних // Будівельні конструкції: міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць. – Київ, ДП НДІБК, 2013. – Вип. 78: у 2-х кн. Книга 1. – С. 527 – 533.
Dovzhenko O. O. Porivnyalnyi analiz rozrahunku mitsnosti obtisnutih betonnih shponok za isnuyuchimi metodikami / O. O. Dovzhenko, L. V. Karabash, E. O. Rzhanih // Budivelni konstruktsiyi: mizhvidomchii naukovo-tehnichnii zbirnik naukovih prats. – Kyiv, DP NDIBK, 2013. – Vip. 78: u 2-h kn. Kniga 1. – S. 527 – 533.
5. Порівняльний аналіз розрахунку міцності багатощпонкових контактних стиків за існуючими методиками / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, Ю. В. Чурса, Я. В. Черненко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2015. – Вип. 31. – С. 158 – 162.
Porivnyalnyi analiz rozrahunku mitsnosti bagatoshponkovih kontaktnih stikov za isnuyuchimi metodikami / O. O. Dovzhenko, V. V. Pogribniy, Yu. V. Chursa, Ya. V. Chernenko // Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudi: zb. nauk. prats. – Rivne: NUVGP, 2015. – Vip. 31. – S. 158 – 162.
6. Прочность одношпоночных стыков, разрушающихся по шву [Электронный ресурс] / О. А. Довженко, В. В. Погребной, И. А. Юрко, Ю. В. Чурса. – Режим доступа: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/2416>.
Prochnost odnoshponochnyh stykov, razrushayushchihsva po shvu [Electronic resource Access mode] / O. A. Dovzhenko, V. V. Pogrebnoy, I. A. Yurko, Yu. V. Chursa. – Access mode: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/2416>.

7. Cholewicki A. Loadbearing Capacity and Deformability of Vertical Joints in Structural Walls of Large Panel Buildings / A. Cholewicki // *Build. Sci.* – 1971. – № 6 (9). – P. 163 – 184.
8. Chakrabarti S. C. Joints in reinforced concrete wall assembly-material model / S. C. Chakrabarti, G. C. Nayak, D. K. Paul // *The Indian Concrete Journal.* – 1988. – Vol. 62. – № 5. – P. 249 – 259.
9. Multiple shear key connections for precast shear wall panels / S. H. Rizkalla, R. L. Serette, J. S. Heuvel, E. K. Attiogbe // *PCI Journal.* – 1989. – № 3 – 4. – P. 104 – 120.
10. Zhou X. Shear strength of joints in precast concrete segmental bridges / X. Zhou, N. Mickleborough, Z. Li // *Structural Journal.* – 2005. – Vol. 102. – №1. – P. 3 – 11.
11. Svejgaard J. Test and analysis of keyed shear joints between precast concrete walls - influence of indent area on the load bearing capacity. Master's thesis, Technical University of Denmark, Department of Civil Engineering. – 2015. – P. 186 – 193.
12. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Основні положення: ДСТУ Б В.2.6. – К.: НДІБК, 2010. – 156 с. (Державний стандарт України).
Betonna ta zalizobetonni konstruktsiyi z vazhкого betonu. Osnovni polozhennya: DSTU B V.2.6. – K.: NDIBK, 2010. – 156 s. (Derzhavniy standart Ukraini).
13. Eurocode 2, Part 1: Design of concrete structures: EN 1990:1992. – [Publication Date 1992-11-23]. – 1992. – 292 p. – (European standard).
14. Довженко О. О. Методика розрахунку шпонкових з'єднань залізобетонних елементів / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, Ю. В. Чурса // *Вісник НУ «Львівська політехніка» «Теорія і практика будівництва».* – Л., 2013. – № 755. – С. 111 – 117.
Dovzhenko O. O. Metodika rozrahunku shponkovih z'ednan zalizobetonnih elementiv / O. O. Dovzhenko, V. V. Pogribniy, Yu. V. Chursa // Visnik NU «Lvivska politehnika» «Teoriya i praktika budivnitstva». – L., 2013. – № 755. – S. 111 – 117.
15. Митрофанов В. П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона / В. П. Митрофанов // *Строительная механика и расчет сооружений.* – 1990. – № 6. – С. 23 – 28.
Mitrofanov V. P. Variatsionnyy metod v teorii idealnoy plastichnosti betona / V. P. Mitrofanov // Stroitel'naya mehanika i raschet sooruzheniy. – 1990. – № 6. – S. 23 – 28.
16. Пособие по проектированию жилых зданий (к СНиП 2.08.01-85). – М., 1989. – Вып. 3. – 304 с.
Posobie po proektirovaniyu zhilyh zdaniy (k SNiP 2.08.01-85). – M., 1989. – V. 3. – 304 s.
17. Коровин Н. Н. Экспериментальное исследование шпоночных сопряжений ригелей с колонной / Н. Н. Коровин, В. С. Еськов // *Бетон и железобетон.* – 1965. – № 3. – С. 40 – 43.
Korovin N. N. Eksperimentalnoe issledovanie shponochnyh sopryazheniy rigeley s kolonnoy / N. N. Korovin, V. S. Eskov // Beton i zhelezobeton. – 1965. – № 3. – S. 40 – 43.
18. Руководство по проектированию железобетонных конструкций с безбалочными перекрытиями. – М.: Стройиздат, 1979. – 54 с.
Rukovodstvo po proektirovaniyu zhelezobetonnyh konstruktsiy s bezbalochnymi perekrytiyami. – M.: Stroyizdat, 1979. – 54 s.
19. Патент RU 2272108: МПК 2006.01 E04B 23/00. Каркас многоэтажного здания / В. А. Большаков, А. В. Дурнев: владелец патента – ОАО НИПИ БИОТИН. – Оpubл. 27.10.2005. – Бюл. № 8.
Patent RU 2272108: MPK 2006.01 E04B 23/00. Karkas mnogoetazhnogo zdaniya / V. A. Bolshakov, A. V. Durnev: vladelets patenta – OAO NIPi BIOTIN. – Opubl. 27.10.2005. – Byul. № 8.
20. Универсальная несущая сборно-монолитная каркасная система «КАЗАНЬ-XXI век» / И. И. Мустафин, ООО «Проектно-конструкторская фирма «Каркас». – Казань, 2005. – 21 с.
Universal'naya nesushchaya sborno-monolit'naya karkasnaya sistema «KAZAN-XXI vek» / I. I. Mustafin, OOO «Proektno-konstruktorskaya firma «Karkas». – Kazan, 2005. – 21 s.
21. Патент на изобретение RU 2000398: МПК-8 E04B 1/18. Каркасно-панельное здание «РАМПА» / В. С. Шмуклер: владелец патента – В. С. Шмуклер. – Оpubл. 15.10.1999. – Бюл. № 22.
Patent na izobretenie RU 2000398: MPK-8 E04B 1/18. Karkasno-panelnoe zdanie «RAMPA» / V. S. Shmukler: vladelets patenta – V. S. Shmukler. – Opubl. 15.10.1999. – Byul. № 22.

© Dovzhenko O., Pogribniy V., Chursa Yu.
Received 10.05.2016